Práctica 0 a 6

# Matemática



2012

# CONTENIDO

## PRÁCTICA 4



## PRÁCTICA 5



## PRÁCTICA 6



## EVALUACIONES

# LIBROS DE CONSULTA


**ALLENDOERFER, Carl B. y OAKLEY, C.**
Matemáticas Universitarias. McGraw – Hill.

**de GUZMÁN, Miguel, COLERA J. y SALVADOR, A.**
Matemáticas. Bachillerato 1. ANAYA.

**de GUZMÁN, Miguel, COLERA J. y SALVADOR, A.**
Matemáticas. Bachillerato 2. ANAYA.

**de GUZMÁN, Miguel, COLERA J. y SALVADOR, A.**
Matemáticas. Bachillerato 3. ANAYA.

**de GUZMÁN, Miguel y COLERA J.**
Matemática II. C.O.U. ANAYA.

**PROFESORES DEL ÁREA MATEMÁTICA DEL CBC**
Matemática Teórica. CCC Educando.

**PURCELL, Edwin J. y VARBERG. D.**
Cálculo Diferencial e Integral. Prentice Hall.

**SPIEGEL, Murray R.**
Cálculo Superior. McGraw – Hill.

**ZILL, Dennis G.**
Álgebra y Trigonometría. McGraw – Hill.

# PRÁCTICA 0

## PRELIMINARES

**Ejercicio 1.-** Calcular.

**a.** $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right)$

**b.** $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\frac{5}{2}+\frac{5}{6}$

**c.** $\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{9}\right)^{-1}\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{2}\right)^{2}$

**d.** $\left(4+5^{3}-9\right):\left(10^{2}-70\right)$

**e.** $\left(\frac{1}{8}+\frac{2}{5}\right)\left(\frac{5}{2}:\frac{1}{4}\right)$

**f.** $\dfrac{3^{2}(5+1,2)-5,8}{\left(\frac{1}{2}+5^{2}\right):(3+2,1)}$

**g.** $\left(\frac{\sqrt{9+16}}{15}+\frac{2}{3}\right)^{1/2}$

**h.** $\left(\frac{4}{9}\right)^{-1/2}+\left(\frac{1}{16}\right)^{3/4}$

**i.** $\left(-\frac{1}{5}\right)^{0}+\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}$

**j.** $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{3}\left(\frac{1}{5}\right)^{4}\right]^{2/7}$

**k.** $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{6}:\left(\frac{2}{5}\right)^{4}\right]^{-1}$

**l.** $\left(8^{4/9}\right)^{-3/2}$

**Ejercicio 2.-** Reducir a una sola fracción.

**a.** $4-\frac{5}{x}$

**b.** $2-\frac{3}{2x+1}$

**c.** $\dfrac{2x\sqrt{x}-\dfrac{x^{2}}{2\sqrt{x}}}{x}$

**d.** $\frac{x}{x-4}+\frac{-3}{4-x}$

**e.** $2x+5-\frac{25}{1-2x}$

**f.** $\frac{2}{x^{2}}+3x$

**g.** $\left(\frac{5x^{2}+15x}{2x+6}\right):\left(1+\frac{5}{2x}\right)$

**h.** $\frac{x+2}{3x-12}+\frac{2x-1}{4-x}$

**Ejercicio 3.-** Resolver.

**a.** $2x+5=9$

**b.** $4x-11=-5x+7$

**c.** $3-\frac{x}{2}=-1$

**d.** $\frac{5}{x}+2=-3$

**e.** $\frac{6x^{2}-12}{3x-4}=2x$

**f.** $3+x=x-2$

**g.** $\dfrac{10}{x+2}=5$

**h.** $\dfrac{4}{x-2}-\dfrac{x}{2x-4}=\dfrac{7}{3x-6}$

**i.** $\dfrac{3x-7}{x+6}=-2$

**j.** $x+\dfrac{5}{x-2}=\dfrac{x+3}{x-2}$

**k.** $\dfrac{3x-2}{7x}=0$

**l.** $x^2-3x=x^2+5x-2$

**m.** $\dfrac{x+1}{2}+\dfrac{x}{3}=\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{6}$

**n.** $\dfrac{5}{x-3}+x=3+\dfrac{5}{x-3}$

**Ejercicio 4.-**

**a.** Desarrollar.

**i.** $\left(x-5\right)^2$

**ii.** $\left(x+7\right)^2$

**iii.** $(x-3)(x+1)$

**iv.** $(x-y)(x+y)$

**b.** Escribir como producto de dos factores.

**i.** $x^2-81$

**ii.** $x^3-11x$

**iii.** $x^4-16$

**iv.** $x^4+3x^3+5x^2$

**v.** $x^2-10x+25$

**vi.** $4x^2-9$

**Ejercicio 5.-** Decidir, en cada caso, si las expresiones dadas son iguales.

**a.** $\sqrt{ab}$ y $\sqrt{a}\sqrt{b}$ $(a,b\geq 0)$

**b.** $\sqrt{a+b}$ y $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ $(a,b\geq 0)$

**c.** $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ y $\dfrac{\sqrt{a}}{a}$ $(a>0)$

**d.** $\left(a+b\right)^2$ y $a^2+2ab+b^2$

**e.** $\left(a+b\right)^2$ y $a^2+b^2$

**f.** $\dfrac{a+b}{a}$ y $1+\dfrac{b}{a}$ $(a\neq 0)$

**g.** $\dfrac{a+b}{c}$ y $\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}$ $(c\neq 0)$

**h.** $\dfrac{1}{a+b}$ y $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ $(a\neq 0, b\neq 0, a+b\neq 0)$

**i.** $a^{5/3}$ y $\sqrt[3]{a^5}$

**j.** $a^2 - b^2$ y $(a-b)(a+b)$

**k.** $a^{-1}$ y $\dfrac{1}{a}$ $(a \neq 0)$

**l.** $a^{-1}$ y $-a$ $(a \neq 0)$

**m.** $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1}$ y $\dfrac{b}{a}$ $(a \neq 0, b \neq 0)$

**n.** $\dfrac{a}{b} : \dfrac{c}{d}$ y $\dfrac{ad}{bc}$ $(b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0)$

**Ejercicio 6.-** Escribir en lenguaje algebraico las siguientes informaciones relativas a la base *b* y a la altura *h* de un rectángulo.

**a.** La base excede en 2 unidades a la altura.

**b.** El perímetro del rectángulo es de 50 cm.

**c.** La base es el doble de la altura.

**d.** El área del rectángulo es 200 cm$^2$.

**e.** La diagonal del rectángulo mide 5 cm.

**f.** El rectángulo es un cuadrado.

**g.** La altura es igual a $\dfrac{2}{5}$ de la base.

**Ejercicio 7.-** El Gran Mago me dijo:

- Piensa un número.
- Súmale 7.
- Multiplica por 3 el resultado.
- A lo que salga réstale 15.
- Divide por 3.
- Súmale 2.
- Dime el resultado.

Le dije: 53 y el Gran Mago dijo: pensaste en el 49.

¿Por qué pudo responder el Gran Mago?

**Ejercicio 8.-** Asociar cada enunciado con la expresión algebraica correspondiente.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **I.** | El área de un triángulo es base por altura dividido por 2 | **A.** | $7-3a$ |
| **II.** | 7 menos el triple de un número | **B.** | $\frac{a}{3}-b$ |
| **III.** | La diferencia de dos cuadrados | **C.** | $(a-b)^2$ |
| **IV.** | El triple de un número menos 7 | **D.** | $A=\frac{bh}{2}$ |
| **V.** | El cuadrado de la diferencia de dos números | **E.** | $3a-7$ |
| **VI.** | La diferencia de dos números dividida por 3 | **F.** | $a^2-b^2$ |
| **VII.** | La tercera parte de un número menos otro | **G.** | $\frac{a-b}{3}$ |

**Ejercicio 9.-** ¿Cuántos minutos hay en $\frac{3}{8}$ de día?

**Ejercicio 10.-** ¿Cuál de dos amigos come más pizza: el que come las cinco sextas partes de la mitad de la pizza, o el que come las tres cuartas partes de lo que dejó el primero?

**Ejercicio 11.-** Un automóvil 0Km cuesta $ 38000. Si cada año pierde el 10% de su valor, hallar cuánto valdrá dentro de 2 años.

**Ejercicio 12.-** Una pastilla que pesa 2 gramos, contiene 25% de aspirina, 35% de vitamina C y el resto es excipiente. ¿Cuántos gramos de cada sustancia contiene?

**Ejercicio 13.-** Un patio rectangular mide 24 metros de perímetro; si el largo es tres veces el ancho, ¿cuánto miden ambos?

**Ejercicio 14.-** María tiene 36 años y Juan, 8; ¿dentro de cuántos años la edad de María será el triple de la edad de Juan?

# ALGUNAS RESPUESTAS

**1.**
**a.** $\frac{7}{12}$ **b.** $3$ **c.** $\frac{8}{5}$ **d.** $4$
**e.** $\frac{21}{4}$ **f.** $10$ **g.** $1$ **h.** $\frac{13}{8}$
**i.** $-\frac{1}{2}$ **j.** $\frac{1}{25}$ **k.** $\frac{25}{4}$ **l.** $\frac{1}{4}$

**2.**
**a.** $\frac{4x-5}{x}$ **b.** $\frac{4x-1}{2x+1}$ **c.** $\frac{3\sqrt{x}}{2}$ **d.** $\frac{x+3}{x-4}$
**e.** $\frac{-4x^2-8x-20}{1-2x}$ **f.** $\frac{2+3x^3}{x^2}$ **g.** $\frac{5x^2}{2x+5}$ **h.** $\frac{5-5x}{3(x-4)}$

**3.**
**a.** $x=2$ **b.** $x=2$ **c.** $x=8$
**d.** $x=-1$ **e.** $x=\frac{3}{2}$ **f.** ningún $x$
**g.** $x=0$ **h.** $x=\frac{10}{3}$ **i.** $x=-1$
**j.** $x=1$ **k.** $x=\frac{2}{3}$ **l.** $x=\frac{1}{4}$
**m.** $x=-1$ **n.** ningún $x$

**7.** La cuenta que hace el Mago es $\frac{3(x+7)-15}{3}+2=x+4$. Es decir, debe restarle 4 al número que le dije.



**9.** 540 minutos.

**10.** El primero come $\frac{5}{12}$ de la pizza, el segundo $\frac{7}{16}$ de la pizza, que resulta ser una porción mayor que la del primero.

**11.** $ 30780.

**12.** 0,5 gramos de aspirina, 0,7 gramos de vitamina C y 0,8 gramos de excipiente.

**13.** 9 metros de largo y 3 metros de ancho.

**14.** Dentro de 6 años.

# PRÁCTICA 1

## NÚMEROS REALES

**Ejercicio 1.-** Representar en la recta real.

**a.** Todos los números reales $x$ tales que $x(x-1)=0$

**b.** Todos los números reales $x$ tales que $x^2-16=0$

**c.** $\{x\in\mathbb{R}\,/\,(x-2)(x+5)=0\}$

**d.** $\{x\in\mathbb{R}\,/\,(5-x)(x^2-9)=0\}$

**e.** $\{x\in\mathbb{R}\,/\,(3-x)(x^2+15)=0\}$

**f.** $\{x\in\mathbb{R}\,/\,(x-2)(x+1)(x-5)=0\}$

**g.** $\{x\in\mathbb{R}\,/\,(2-3x)^2=0\}$

**h.** $\{x\in\mathbb{R}\,/\,x^2+6x+9=0\}$

**i.** $\{x\in\mathbb{R}\,/\,x^3+6x^2+9x=0\}$

**j.** $\{x\in\mathbb{R}\,/\,x^3-4x=0\}$

**Ejercicio 2.-**

**a.** Decidir si los números *a* y *b* pertenecen al conjunto *C.*

**i.** $C=\{x\in\mathbb{R}\,/\,3x-2<4\}$ $\quad a=5 \quad b=0$

**ii.** $C=\{x\in\mathbb{R}\,/\,-2<x\le 8\}$ $\quad a=-3 \quad b=4$

**iii.** $C=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x^2-25>0\}$ $\quad a=0 \quad b=5$

**iv.** $C=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x^3-x>10\}$ $\quad a=5 \quad b=-1$

**v.** $C=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,5x-3>\frac{1}{2}-x\right\}$ $\quad a=-2 \quad b=1$

**vi.** $C=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,\frac{x-1}{2}-x\le\frac{1-x}{4}-3\right\}$ $\quad a=9 \quad b=4$

**b.** Dar dos números que pertenezcan al conjunto *A* y dos que no pertenezcan.

**i.** $A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,-2<x\le 4\}$

**ii.** $A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x^2>5\}$

**Ejercicio 3.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos y representar en la recta real.

**a.** Todos los números reales menores que 2.

**b.** Todos los números reales mayores o iguales que $-1$.

**c.** Todos los números reales mayores que $-3$ y menores o iguales que 7.

**d.** $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$

**e.** $\{x \in \mathbb{R} / x < 6\}$

**f.** $\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 4\}$

**g.** $\{x \in \mathbb{R} / x < -1 \text{ ó } x > 5\}$

**Ejercicio 4.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos y representar en la recta real.

**a.** $\{x \in \mathbb{R} / 2x - 1 < 0\}$

**b.** $\left\{x \in \mathbb{R} / 5x - 3 > \frac{1}{2} - x\right\}$

**c.** $\{x \in \mathbb{R} / 3x + 2 \leq -x - 5\}$

**d.** $\{x \in \mathbb{R} / 5 - x < -x + 3\}$

**e.** $\{x \in \mathbb{R} / 3x - 2 \leq 3x + 5\}$

**f.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{2} - x < \frac{1-x}{4} - 3\right\}$

**g.** $\{x \in \mathbb{R} / 3 < 2x - 1 \leq 7\}$

**h.** $\{x \in \mathbb{R} / -11 \leq 1 - 3x < -2\}$

**Ejercicio 5.-** Juan salió de su casa con \$ 120. Gastó \$ 5 en llegar a la Facultad y \$ 25 en el almuerzo. En la librería hay una oferta de cuadernos a \$ 15. Si debe reservar \$ 5 para regresar, ¿cuántos cuadernos puede comprar?

**Ejercicio 6.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos y representar en la recta real.

**a.** $\{x \in \mathbb{R} / x(x-1) > 0\}$

**b.** $\{x \in \mathbb{R} / (x-1)(x+4) < 0\}$

**c.** $\{x \in \mathbb{R} / x^2 \geq x\}$

**d.** $\{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \leq 0\}$

**Ejercicio 7.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos y representar en la recta real.

**a.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{2x+4}{x-5} > 0\right\}$

**b.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{3-x}{5x-4} > 0\right\}$

**c.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{x}{3-2x} < 0\right\}$

**d.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{x-1}{x+5} < 0\right\}$

**e.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{11}{x} < 2\right\}$

**f.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{15}{x} > 3\right\}$

**g.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{25}{x} + 3 > -2\right\}$

**h.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{4}{x} \leq \dfrac{1}{x}\right\}$

**i.** $\left\{x \in \mathbb{R} / 4 - \dfrac{8}{x-1} < 0\right\}$

**j.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{x+2}{x-3} < 1\right\}$

**k.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{-9}{x+2} > 3\right\}$

**l.** $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{7x+5}{x-1} \leq 3\right\}$

**Ejercicio 8.-** Representar en la recta real.

**a.** Todos los números reales que están a distancia 3 del 0.

**b.** Todos los números reales cuya distancia al 0 es menor o igual que 5.

**c.** Todos los números reales cuya distancia al 3 es menor o igual que 2.

**d.** $\left\{x \in \mathbb{R} / |x| = 4\right\}$

**e.** $\left\{x \in \mathbb{R} / |x| < 3\right\}$

**f.** $\left\{x \in \mathbb{R} / |x| = -2\right\}$

**g.** $\left\{x \in \mathbb{R} / |x| \geq 5\right\}$

**h.** $\left\{x \in \mathbb{R} / |x| \geq -1\right\}$

**Ejercicio 9.-**

**a.** Representar en el plano los puntos

$$A = (3,1) \;;\; B = (-4,2) \;;\; C = (0,2) \;;\; D = (-1,0) \;;$$

$$E = (5,\tfrac{1}{2}) \;;\; F = (-\tfrac{3}{2},-2) \;;\; G = (0,-5) \;;\; H = (7,0) \;;\; I = (3,-2)$$

**b.** Hallar y graficar en el plano los puntos simétricos de *A*, *B*, *F*, *G*, *H* e *I* respecto de

**i.** el eje *x*

**ii.** el eje *y*

**Ejercicio 10.-**

**a.** Hallar la distancia entre *A* y *B*.

**i.** $A=(3,2)$ , $B=(7,5)$

**ii.** $A=(-1,0)$ , $B=(3,-2)$

**iii.** $A=(0,-2)$ , $B=(-4,1)$

**b.** Hallar el perímetro del triángulo de vértices $A=(-2,1)$ , $B=(1,-3)$ y $C=(-2,-3)$

**c.** Dar cinco puntos del plano que estén a distancia 2 del punto $A=(3,1)$. Graficar.

**d.** Hallar todos los puntos del eje *x* a distancia 5 del punto $A=(1,3)$. Graficar.

**e.** Decidir si existe algún punto del eje *x* a distancia 2 del punto $A=(2,-3)$.

**f.** Hallar todos los puntos de la forma $A=(a,-2)$ , $a\in\mathbb{R}$, que están a distancia 5 del punto $B=(0,1)$.

**g.** Hallar todos los puntos de la forma $A=(a,a)$ , $a\in\mathbb{R}$, que distan 13 del punto $Q=(5,-12)$.

**h.** Hallar todos los puntos del plano que equidistan de los puntos $A=(0,0)$ y $B=(4,0)$. Graficar.

**i.** Hallar todos los puntos de la forma $A=(a,2a-1)$ , $a\in\mathbb{R}$, que están a distancia 5 del punto $B=(3,3)$.



# EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos al conjunto *A*.

**a.** $A=\left\{x\in\mathbb{R} \,/\, \dfrac{x+1}{x}<\dfrac{2}{x}\right\}$

**b.** $A=\left\{x\in\mathbb{R} \,/\, \dfrac{1+x}{x-3}\le 2\right\}$

**c.** $A=\left\{x\in\mathbb{R} \,/\, \dfrac{x}{x+1}>1\right\}$

**d.** $A=\left\{x\in\mathbb{R} \,/\, 2x\ge 3x^2\right\}$

**e.** $A=\left\{x\in\mathbb{R} \,/\, (1-2x)(2-x)\ge 0\right\}$

**f.** $A=\left\{x\in\mathbb{R} \,/\, \dfrac{6x^2}{2x-5}>3x\right\}$

**Ejercicio 2.-** Hallar todos los $x < 0$ que pertenecen al conjunto $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \,/\, \frac{4}{x} + 11 < 1 \right\}$.

**Ejercicio 3.-** Dados los puntos $A = (-2,1)$; $B = (a,1)$; $C = (1,-1)$ y $D = (-3,2)$, hallar los valores de $a$ para que la distancia entre $C$ y $D$ sea igual a la distancia entre $A$ y $B$.

**Ejercicio 4.-** Hallar todos los puntos $P = (a,7)$ que están a distancia 5 del punto $Q = (-1,4)$.

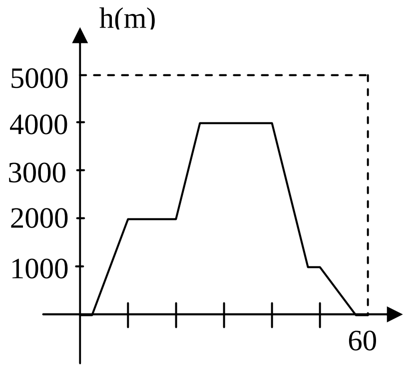
**Ejercicio 5.-** Hallar todos los puntos $P = (a,3a)$ que están a distancia 3 del punto $Q = (1,0)$.

**Ejercicio 6.-** Hallar todos los $k \in \mathbb{R}$ para los cuales la distancia entre $A = (k,-1)$ y $B = (4,-k)$ es igual a 3.

**Ejercicio 7.-** Hallar todos los puntos del eje $y$ que están a distancia 5 del punto $A = (4,-2)$.

# FUNCIONES

**Ejercicio 1.-** Un avión, desde que sale de la terminal de Buenos Aires, hasta que llega a la terminal de Bahía Blanca tarda 60 minutos. El siguiente gráfico describe la altura del avión durante el viaje.




Observando el gráfico, responder:

**a.** ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó el avión? ¿Cuánto tiempo voló a esa altura?

**b.** ¿Cuánto tardó en llegar a la altura máxima?

**c.** ¿A qué altura se encontraba a los 30 minutos de partir?

**d.** ¿Cuántas veces estuvo a 3000 metros de altura?

**e.** ¿En qué momentos subió? ¿En qué momentos bajó?

**f.** ¿Cuántas veces voló a altura constante?

**Ejercicio 2.-**

**a.** Sea $f(x) = -x^2 + 4x - 5$. Calcular $f(0)$, $f(1)$, $f(6)$ y $f(-1)$.

**b.** Sea $f(x) = 4x(x+1)^3$. Completar la tabla

| $x$ | 2 | 4 | $-2$ | $-3$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | |

**Ejercicio 3.-** Hallar el dominio de $f$ y decidir si $-3 \in \operatorname{Im} f$.

**a.** $f(x) = \dfrac{x-4}{6+2x}$

**b.** $f(x) = \sqrt{x+2}$

**c.** $f(x) = \dfrac{5x}{x^2-4}$

**d.** $f(x) = x + \dfrac{12}{x}$

# FUNCIONES LINEALES

**Ejercicio 4.-** Graficar la función $f$.

**a.** $f(x) = 2x + 5$

**b.** $f(x) = -x + 4$

**c.** $f(x) = \frac{3}{2}x + 2$

**d.** $f(x) = 4x$

**Ejercicio 5.-**

**a.** Encontrar la función lineal $f$ que satisface:

**(i)** $f(1) = 0$ , $f(2) = 5$

**(ii)** $f(-1) = 1$ , $f(3) = -5$

**(iii)** $f(1) = 3$ , $f(4) = 3$

**b.** Hallar la función lineal cuyo gráfico es la recta que pasa por los puntos $P$ y $Q$.

**(i)** $P = (1,2)$ , $Q = (3,6)$

**(ii)** $P = (-2,2)$ , $Q = (4,5)$

**(iii)** $P = (2,-5)$ , $Q = (-4,5)$

**c.** Determinar la pendiente y la ordenada al origen de las rectas del inciso b).

**Ejercicio 6.-** Hallar la ecuación de la recta de pendiente $m$ que pasa por el punto $P$.

**a.** $P = (2,3)$ , $m = 4$

**b.** $P = (-1,3)$ , $m = -1$

**c.** $P = (2,5)$ , $m = 0$

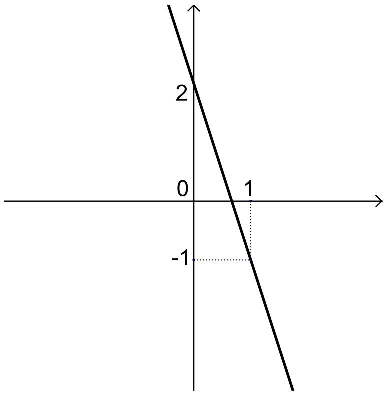
**d.** $P = (2,5)$ , $m = -\frac{3}{2}$

**e.** $P = (0,2)$ , $m = 3$

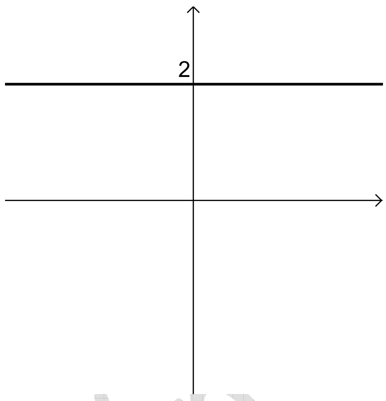
**f.** $P = (2,0)$ , $m = -3$

**Ejercicio 7.-** Hallar las ecuaciones de las rectas graficadas.

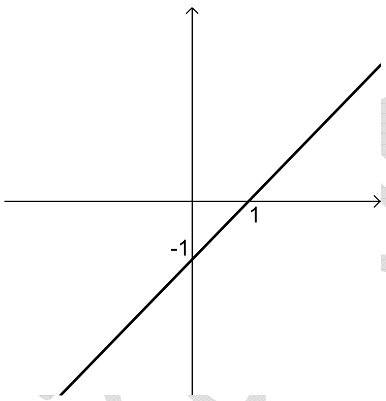
**a.**




**b.**




**c.**




**Ejercicio 8.-** Hallar el punto de intersección de los gráficos de $f$ y $g$.

**a.** $f(x) = x + 2$ , $g(x) = -2x + 8$.

**b.** $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ , $g(x) = 4$.

**c.** $f(x) = 2x + 1$, $g$ la función lineal cuyo gráfico tiene pendiente 4 y ordenada al origen 5.

**d.** $f(x) = -x - 6$, $g$ la función lineal cuyo gráfico pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente $2$.

**Ejercicio 9.-**

**a.** Determinar el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, f(x) \le g(x)\}$.

**(i)** $f(x) = x + 10$ , $g(x) = 3x + 2$

**(ii)** $f(x) = 3x + 2$ , $g(x) = -4$

**(iii)** $f(x) = -x + 1$ , $g$ la función lineal tal que $g(1) = 2$, $g(-2) = 8$

**b.** Representar gráficamente las funciones $f$ y $g$ y el conjunto $A$.

**Ejercicio 10.-** Sea $f(x)=mx+5$. Encontrar el valor de $m \in \mathbb{R}$ tal que $f(2)=-3$. Para el valor hallado, determinar los puntos en los que el gráfico de $f$ corta a los ejes coordenados.

**Ejercicio 11.-** Encontrar la función lineal $f$ cuyo conjunto de negatividad es $(7;+\infty)$ y $f(4)=9$. Calcular el valor de $f(10)$.

**Ejercicio 12.-** La boleta mensual de luz tiene un cargo fijo de $\$\,25$ y $\$\,0,02$ por cada KWH consumido.

**a.** Dar la función lineal que dice cuánto se debe pagar (en $) en función de los KWH consumidos. Representar gráficamente.

**b.** Si Pedro consume en un mes $300$ KWH, ¿cuánto debe pagar?

**c.** Si Pedro debe pagar $\$\,40$, ¿cuánto consumió?

**Ejercicio 13.-** Una empresa de celulares tiene dos planes. El plan TUNGO tiene un abono mensual fijo de $30 y además cobran $1 por cada minuto de llamada (sin minutos libres). El plan TONGO no tiene abono pero cobran $2 por cada minuto de llamada.

**a.** ¿Cuánto se debe pagar con cada plan si se realizan en el mes 20 minutos de llamadas? ¿Y si se realizan 60 minutos?

**b.** Dos personas, una abonada al plan TUNGO y la otra al plan TONGO pagaron $ 100 cada una. ¿Cuál de las dos habló más minutos?

**c.** ¿Cuántos minutos se deben utilizar para que en ambos planes cobren lo mismo? ¿Cuándo conviene más cada plan?

## FUNCIONES CUADRÁTICAS

**Ejercicio 14.-** Hallar el vértice de la parábola que es el gráfico de la función *f*. Dar la imagen y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de *f*. Graficar *f*.

**a.** $f(x)=x^2-9$

**b.** $f(x)=(x+2)^2$

**c.** $f(x)=-x^2-2$

**d.** $f(x)=3x^2+12x-9$

**e.** $f(x)=4x(x-1)+1$ **f.** $f(x)=\frac{1}{4}x^2-3x-2$

**g.** $f(x)=-x^2+x$ **h.** $f(x)=2x^2+x-3$

**Ejercicio 15.-** Asociar cada función con su imagen.

| Función | Imagen |
|---|---|
| **I.** $f(x)=3x^2+6x+3$ | **A.** $[-1;+\infty)$ |
| **II.** $f(x)=-\frac{3}{4}x^2+3x$ | **B.** $[0;+\infty)$ |
| **III.** $f(x)=-x^2-1$ | **C.** $(-\infty;3]$ |
| **IV.** $f(x)=x^2-8x+15$ | **D.** $(-\infty;-1]$ |

**Ejercicio 16.-** Hallar los ceros, el conjunto de positividad y el conjunto de negatividad de $f$.

**a.** $f(x)=-5(x+1)(x-2)$ **b.** $f(x)=1-(x-3)^2$

**c.** $f(x)=x^2-5x+6$ **d.** $f(x)=-2x^2+5x+3$

**e.** $f(x)=-2x^2+8$ **f.** $f(x)=3x^2-9x$

**Ejercicio 17.-** Asociar cada función con su conjunto de negatividad.

| Función | $C^-$ |
|---|---|
| **I.** $f(x)=3x^2-6x$ | **A.** $(1;3)$ |
| **II.** $f(x)=x^2-4x+3$ | **B.** $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$ |
| **III.** $f(x)=-x^2+x-3$ | **C.** $(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)$ |
| **IV.** $f(x)=2x-x^2$ | **D.** $(0;2)$ |
| **V.** $f(x)=-2x^2-8x-6$ | **E.** $\mathbb{R}$ |

**Ejercicio 18.-** Hallar los puntos de intersección de los gráficos de $f$ y $g$.

**a.** $f(x)=x^2+5x+4$ y $g(x)=3x+7$.

**b.** $f(x)=-x^2+x+1$ y $g(x)=-2x+4$.

**c.** $f(x)=3(x+1)(x+7)$ y $g(x)=-15$.

**d.** $f(x)=3x^2+5x-7$ y $g(x)=2x^2+x+14$.

**e.** $f(x)=2x^2+5x-7$ y $g(x)=2x^2-x+5$.

**f.** $f$ es la función lineal tal que $f(2)=5$ y $f(4)=9$ y $g(x)=x^2+8x+6$.

**Ejercicio 19.-** Hallar la función cuadrática $f$.

**a.** El gráfico de $f$ tiene vértice $V=(4,5)$ y pasa por el punto $(3,3)$.

**b.** El conjunto de positividad de $f$ es $(0;6)$ e $\operatorname{Im} f=(-\infty;4]$.

**c.** El intervalo de crecimiento de $f$ es $[3;+\infty)$, su imagen es $[-2;+\infty)$ y $f(4)=6$.

**Ejercicio 20.-** Sea $f(x)=3x^2-3x-18$. Encontrar la función cuadrática $g$ que tiene los mismos ceros que $f$ y satisface $g(1)=24$.

**Ejercicio 21.-** Un artesano confecciona cuadros rectangulares, en los que la base mide el doble que la altura. La placa de madera de fondo tiene un costo de $\$0,10$ el centímetro cuadrado, y las varillas que adornan los bordes cuestan $\$2$ el centímetro.

**a.** ¿Cuál es el costo en materiales de un cuadro cuya altura mide 10 centímetros?

**b.** ¿Cuáles son las dimensiones de un cuadro cuyo costo en materiales es de $225?

**Ejercicio 22.-** Un constructor debe hacer una ventana rectangular. Para el marco dispone de $3,20$ metros de varilla metálica.

**a.** ¿Cuál es el área de la abertura, si la construye con una base de $0,40$ metros? ¿Y si la base es de $0,60$ metros? ¿Y si es $0,90$ metros?

**b.** ¿Cuál debe ser la base, para que el área de la abertura sea de 0,55 metros cuadrados? ¿Cuántas posibilidades hay?

**c.** ¿Es posible hacer una ventana cuya área sea de 1,20 metros cuadrados?

**Ejercicio 23.-** El precio en pesos, de una torta circular de $x$ cm de radio viene dado por $p(x)=\frac{1}{2}x^2+30$.

**a.** ¿Cuál es el precio de una torta de $10$ cm de radio? ¿Y de una de $20$ cm?

**b.** ¿Cuál es el radio de una torta si su precio es de $192?

## FUNCIONES POLINÓMICAS

**Ejercicio 24.-**

**a.** Dada $f(x)=5x^4+7x^3-28x^2-12x$, encontrar todos los puntos donde el gráfico de $f$ corta al eje $x$, sabiendo que $f(-3)=0$.

**b.** Encontrar el conjunto de ceros de $f(x)=x^6-5x^4-x^5-3x^3$, sabiendo que $f(-1)=0$.

**Ejercicio 25.-** Sea $f$ una función polinómica de grado $3$ que corta al eje $x$ en los puntos $(-1,0)$, $(1,0)$, $(2,0)$.

**a.** Determinar $f$ sabiendo que $f(3)=16$.

**b.** Determinar $f$ sabiendo que $f(3)=-8$.

**Ejercicio 26.-** Hallar la función polinómica $f$ de grado $3$ tal que su conjunto de ceros es $\{-1,1,5\}$ y $f(2)=9$.

**Ejercicio 27.-** Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función continua que corta al eje $x$ en exactamente $3$ puntos y de la cual se conoce la siguiente tabla de valores:

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $-2$ | $3$ | $5$ | $4$ | $1$ | $-1$ |

**a.** Para cada uno de los ceros de $f$ indicar un intervalo de amplitud 1 que lo contenga.

**b.** Determinar, si es posible, el signo de $f$ en los intervalos dados:

**(i)** $(0;1)$ **(ii)** $(2;3)$

**(iii)** $(5;+\infty)$ **(iv)** $(-\infty;-2)$

**(v)** $(0;2)$ **(vi)** $(-3;-1)$

**c.** Hacer el gráfico de una función $f$ que satisfaga las condiciones dadas .

**Ejercicio 28.-** Hallar los intervalos de positividad y de negatividad de una función continua $f$, con $\mathrm{Dom}(f)=\mathbb{R}$, si

**a.** los únicos ceros de $f$ son $-3$ y $2$ y $f(-5)=-4$, $f(0)=-2$ y $f(3)=6$.

**b.** los únicos ceros de $f$ son $-2$ , $0$ y $3$ y $f(-3)=-1$, $f(-1)=1$, $f(2)=5$ y $f(5)=-4$.

**Ejercicio 29.-** Hallar los ceros de la función polinómica $f$ y determinar los intervalos de positividad y de negatividad de *f*.

**a.** $f(x)=(2x+3)(3x-9)(x-4)$

**b.** $f(x)=x^2(2x-3)^2$

**c.** $f(x)=5(x+1)(x^2+x-2)$

**d.** $f(x)=(x^3+3x^2+2x)\left(x^2-\frac{9}{4}\right)$

**e.** $f(x)=(x^3+3x^2+2x)\left(x^2+\frac{9}{4}\right)$

**f.** $f(x)=64-x^4$

**g.** $f(x) = x^3 - 8$

**h.** $f(x) = (x^2 - 3x - 4)(x^2 + 4x + 3)$

**Ejercicio 30.-** Sea $f(x) = x^3 + x - 7$. Probar que

**a.** $f$ tiene un cero en el intervalo $(1;2)$

**b.** $f$ tiene un cero en el intervalo $(1,7;1,8)$

**c.** $f$ tiene un cero en el intervalo $(1,73;1,74)$

**Ejercicio 31.-** Aproximar con error menor que $1/32$ un cero de $f$ en el intervalo indicado.

**a.** $f(x) = x^5 - x - 32$ en $(2;3)$

**b.** $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1000$ en $(9;10)$

## EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Hallar el punto de intersección de los gráficos de $f$ y $g$. Representar gráficamente.

**a.** $f(x) = 3x + 14$ , $g$ es la función lineal tal que $g(2) = 4$ y $g(4) = 6$.

**b.** $f(x) = 2x - 5$ , $g(x) = 0$.

**Ejercicio 2.-** Sea $f(x) = 3(x - c)$. Encontrar el valor de $c \in \mathbb{R}$ para el cual $f(7) = 6$. Para el valor hallado, determinar el conjunto de positividad de $f$.

**Ejercicio 3.-** Sea $f$ la función lineal que verifica $f(-3) = 4$ y $f(-1) = 2$. Sea $g(x) = -3x + 8$. Escribir como un intervalo el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} / g(x) < f(x)\}$.

**Ejercicio 4.-** Sean $f(x) = -3x + 5$ , $A$ el punto del gráfico de $f$ que tiene ordenada igual a $-1$ y $B = (1,-6)$. Calcular la distancia entre $A$ y $B$.

**Ejercicio 5.-** Sea $f(x) = 3x + 9$ y $g$ la función lineal que verifica $g(0) = 4$ y $g(7) = -10$. Sean $P$ el punto de intersección de los gráficos de $f$ y de $g$ y $Q = (3,2)$. Calcular la distancia entre $P$ y $Q$.

**Ejercicio 6.-** Hallar la función cuadrática $f$ tal que

**a.** el conjunto de ceros de $f$ es $\{-1,6\}$ y $f(4) = 10$.

**b.** el conjunto de ceros de $f$ es $\{-5,-1\}$ y la $\operatorname{Im} f = [-12;+\infty)$.

**c.** $\operatorname{Im} f = (-\infty;7]$ y $f(2) = f(6) = 6$.

**d.** el gráfico de $f$ es una parábola cuyo vértice tiene abscisa $2$, $\operatorname{Im} f = [5;+\infty)$ y $f(4) = 13$.

**Ejercicio 7.-** Sean $P = (1,3)$ y $V$ el vértice de la parábola de ecuación $y = x^2 - 4x + 5$. Dar la ecuación de la recta que pasa por $P$ y por $V$.

**Ejercicio 8.-** Sean $P$ el punto donde la recta de ecuación $y = 2x + 6$ corta al eje $x$ y $V$ el vértice de la parábola de ecuación $y = x^2 - 2x + 4$. Calcular la distancia entre $P$ y $V$.

**Ejercicio 9.-** Dada $f(x) = ax^2 + 8x + 2$ , hallar $a$ de modo que el vértice del gráfico de $f$ tenga abscisa $x = 2$. Para el valor de $a$ hallado, determinar la imagen de $f$.

**Ejercicio 10.-** Sea $f(x) = x^2 + bx + c$. Determinar $b$ y $c$ sabiendo que la abscisa del vértice del gráfico de $f$ es $x = -\frac{3}{2}$ y que la distancia entre los ceros de $f$ es $7$.

**Ejercicio 11.-** Dadas $f(x) = 6x^2 + kx + 2$ y $g(x) = x + 1$, hallar $k \in \mathbb{R}$ de modo que $f(1) = g(1)$. Para el valor de $k$ hallado, encontrar todos los puntos de intersección de los gráficos de $f$ y $g$.

**Ejercicio 12.-** Se sabe que el gráfico de $f\left(x\right)=3x^4+x^3-8x^2+4x$ corta al eje $x$ en el punto $\left(-2,0\right)$.

- **a.** Encontrar todos los puntos donde el gráfico de $f$ corta al eje $x$.
- **b.** Determinar los intervalos de positividad y de negatividad de $f$.

**Ejercicio 13.-** Sea $f\left(x\right)=2x^5-6x^4-26x^3+30x^2$. Si uno de los ceros de la función $f$ es $x=1$,

- **a.** encontrar el conjunto de ceros de $f$;
- **b.** determinar los intervalos de positividad y de negatividad de $f$.

**Ejercicio 14.-** Sea $f\left(x\right)$ la función lineal que satisface que $f(2)=7$ y $f(-2)=-1$. Encontrar los dos puntos del gráfico de $f$ que están a distancia $\sqrt{5}$ del punto $(0,3)$.

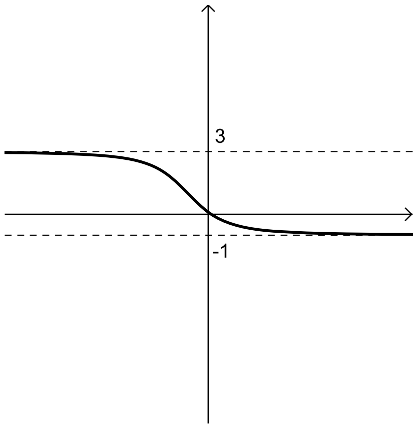
**Ejercicio 15.-** Sea $f\left(x\right)$ la función lineal que verifica $f(1)=6$ y $f(-1)=2$ y sea $g(x)=3x-1$. Escribir el conjunto $A=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,\dfrac{f(x)}{g(x)}>1\right\}$ como intervalo o unión de intervalos.

**Ejercicio 16.-** Sean $f$ la función lineal cuyo gráfico pasa por los puntos $(-3,9)$ y $(0,12)$ y $g(x)=-x+7$. Escribir como intervalo o como unión de intervalos el conjunto $A=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,f(x)\cdot g(x)\geq 0\right\}$.

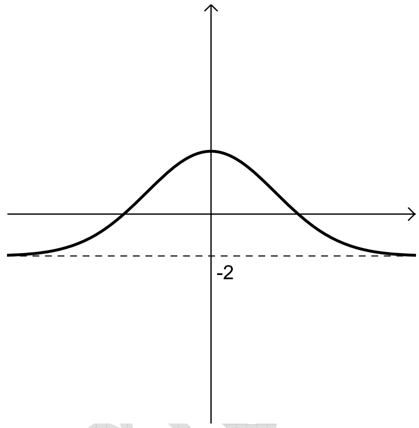
# LÍMITE DE FUNCIONES Y ASÍNTOTAS

**Ejercicio 1.-** Analizando el gráfico de $f$, determinar, si existen, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

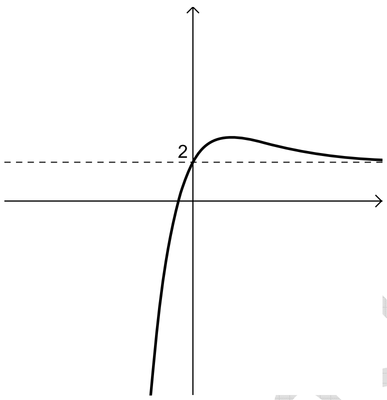
**a.**



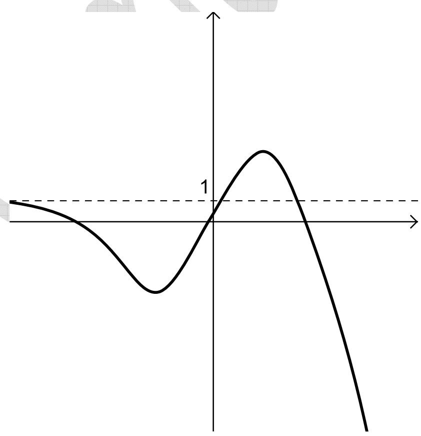

**b.**



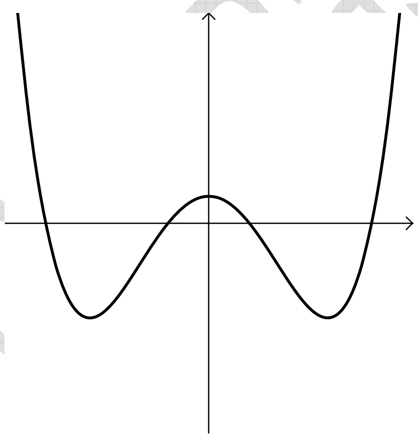

**c.**



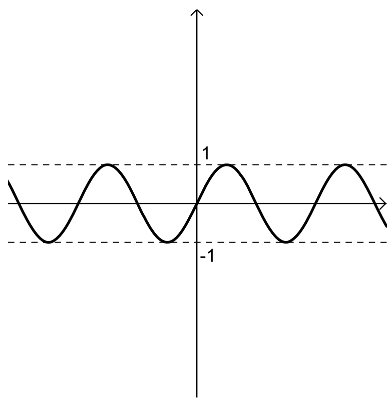

**d.**




**e.**



**f.**




**Ejercicio 2.-** Calcular.

**a.** $\lim_{x\to+\infty} 4x^2$

**b.** $\lim_{x\to+\infty} 3x^3$

**c.** $\lim_{x\to+\infty} -2x^5$

**d.** $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{2}{x^3}$

**e.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{3}{x}+5\right)$

**f.** $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3\left(-2+\dfrac{7}{x}\right)$

**g.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(6-\dfrac{5}{x^2}\right)}{x^2\left(9+\dfrac{1}{x}\right)}$

**h.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-7x^4+9x^2+100\right)$

**i.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(6x^5-2x^3+x+9\right)$

**j.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2x^5+x^3-3}{x^6+1}$

**k.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+4x}{-2x^2+1}$

**l.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^3+6}{6x^3+x^2+12x}$

**m.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-x^4+2x^3-5x}{x^3+9x^2+10x}+5\right)$

**n.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{8x^3-16x^2}{x+1}\right)$

**o.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3}{x+2}-1\right)\left(6+\dfrac{1}{x}\right)$

**p.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{9x^2-x+1}{-3x^2+7x}\right)\left(\dfrac{5}{x-4}\right)$

**Ejercicio 3.-** Calcular.

**a.** $\lim\limits_{x\to-\infty} 4x^3$

**b.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x}$

**c.** $\lim\limits_{x\to-\infty} x\left(9-\dfrac{2}{x^2}\right)$

**d.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x^4-7x^3+20\right)$

**e.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{-6x^4+7}$

**f.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{x+5}$

**g.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2}{-x^2+2}$

**h.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3}{x^2+x+1}$

**i.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+x+1}{x^3}$

**j.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{5}{x-3}+1\right)$

**k.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{15x^3+6x^5}{2x^5-15x^3}$

**l.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{8x^7+x^5+2}{3x^4-1}$

**Ejercicio 4.-** Analizar la existencia de asíntotas horizontales y, cuando existan, dar sus ecuaciones.

**a.** $f(x)=\dfrac{2x}{x+9}-4$

**b.** $f(x)=\dfrac{3x+5}{-x+2}$

**c.** $f(x)=\dfrac{8x}{4x^2+6x+1}$

**d.** $f(x)=\dfrac{2x^2-5x}{x+6}$

**e.** $f(x)=\dfrac{6}{x+1}+1$

**f.** $f(x)=\dfrac{x^6+5x^5+3x^3}{2x^3+x+1}$

**g.** $f(x)=\dfrac{30x^2-25x+6}{5x^2+6x-3}$

**h.** $f(x)=\dfrac{3x^2+2x-1}{6x^4-x^3+1}$

**Ejercicio 5.-** Determinar el valor de $a\in\mathbb{R}$ para que se verifique:

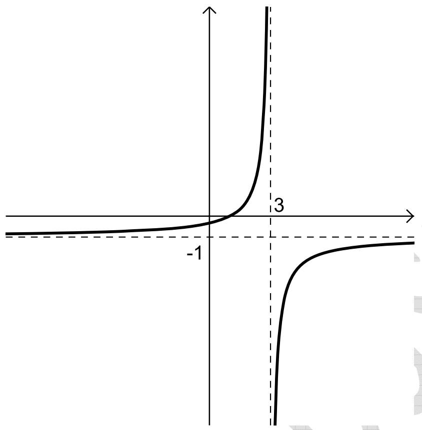
**a.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-5}{ax+1}=6$

**b.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax^2-2x+5}{6x^2+1}=-\dfrac{2}{3}$

**c.** La recta de ecuación $y=-2$ es asíntota horizontal para $f(x)=\dfrac{ax}{3x-1}+1$

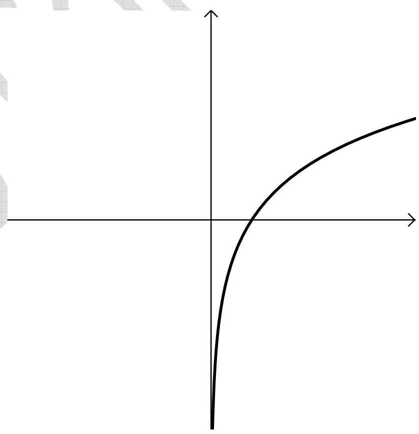
**Ejercicio 6.-** Dado el gráfico de $f$, calcular los límites que se indican. Escribir las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.

**a.**



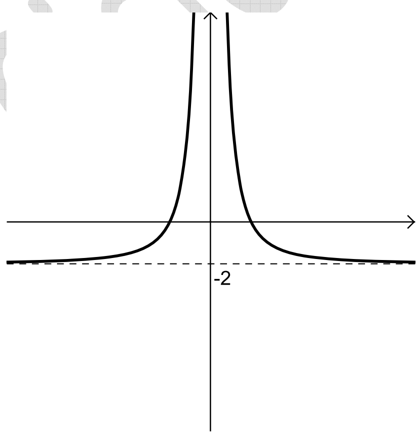

$\lim\limits_{x\to3^-} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to3^+} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

**b.**



$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

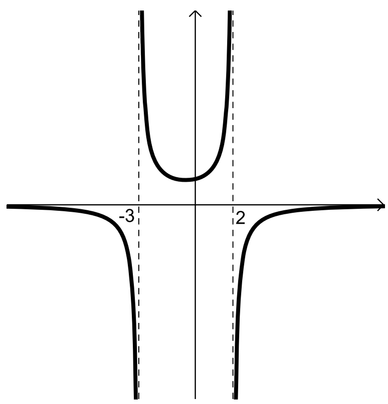
**c.**




$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to0} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

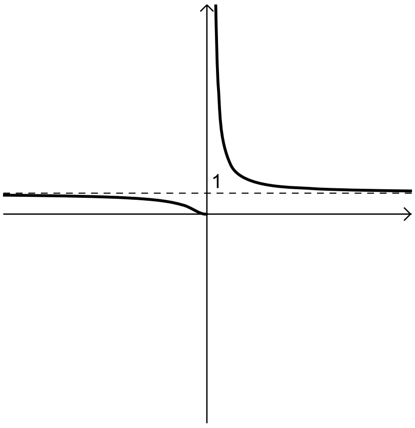
**d.**




$\lim\limits_{x\to-3^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-3^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$

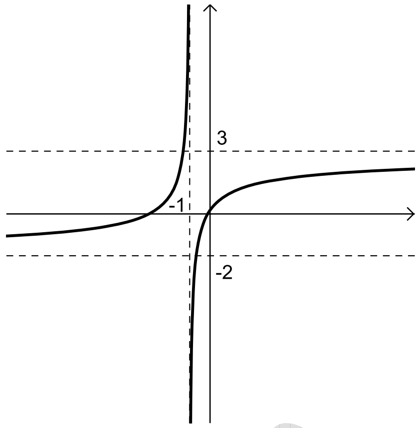
**e.**




$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

**f.**




$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

**Ejercicio 7.-** Calcular.

**a.** $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{1}{x-3}$ , $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{1}{x-3}$

**b.** $\lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{-5x+1}{x+2}$ , $\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{-5x+1}{x+2}$

**c.** $\lim\limits_{x\to 0^-} \left(\dfrac{3}{x^2}-1\right)$ , $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{3}{x^2}-1\right)$

**d.** $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{4x-4}{x^2-1}$ , $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{4x-4}{x^2-1}$

**e.** $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{4x}{x^2-4}$ , $\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{4x}{x^2-4}$

**f.** $\lim\limits_{x\to 3} \left(2x^2+x-10\right)$

**g.** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x+9}{x-1}$

**h.** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x^2-2}{x^2-3x-4}$ , $\lim\limits_{x\to -4} \dfrac{2x^2}{x^2-3x-4}$

**Ejercicio 8.-** Analizar la existencia de asíntotas verticales y, cuando existan, dar sus ecuaciones.

**a.** $f(x) = \dfrac{-x+5}{2x+1}$

**b.** $f(x) = \dfrac{6x}{(x-2)^3}$

**c.** $f(x) = \dfrac{4x-3}{x^2-x-6}$

**d.** $f(x) = \dfrac{2x^2-18}{x^2-2x-15}$

**Ejercicio 9.-** Dar el dominio y las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de $f$.

**a.** $f(x) = 3 - \dfrac{1}{x+2}$

**b.** $f(x) = \dfrac{2}{x^3} + 1$

**c.** $f(x) = \dfrac{-2x^2 + x}{5x^2 + 25}$

**d.** $f(x) = \dfrac{x+4}{x^2 + 4x + 3}$

**e.** $f(x) = \dfrac{-6x+3}{x+3}$

**f.** $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x - 2}$

**g.** $f(x) = \dfrac{-x^2 + x + 6}{x^2 + x - 2}$

**h.** $f(x) = \dfrac{6x^2 - 24}{x^2 - 4x + 4}$

**Ejercicio 10.-**

**a.** Sea $f(x) = \dfrac{-20x+4}{ax+10}$. Determinar el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que la recta de ecuación $x = 2$ sea asíntota vertical para $f$. Para el valor hallado, dar la ecuación de la asíntota horizontal de $f$.

**b.** Sea $f(x) = \dfrac{ax^2 - 2x}{x^2 + ax - 5}$. Determinar $a \in \mathbb{R}$ para que la recta de ecuación $x = -1$ sea asíntota vertical de $f$. Para el valor hallado, dar las ecuaciones de todas las asíntotas verticales y horizontales de *f*.

# FUNCIONES HOMOGRÁFICAS

**Ejercicio 11.-** Hallar el dominio, la imagen, los ceros, los intervalos de positividad y de negatividad y las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de *f*. Hacer un gráfico de *f*.

**a.** $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$

**b.** $f(x) = \dfrac{-2}{x+4}$

**c.** $f(x) = \dfrac{3}{x+2} + 1$

**d.** $f(x) = \dfrac{4}{3x+1} - 3$

**e.** $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$

**f.** $f(x) = \dfrac{3x+5}{x+1}$

**Ejercicio 12.-**

**a.** Sea $f(x)=\dfrac{2}{x+a}-b$. Determinar $a$ y $b\in\mathbb{R}$ para que las rectas de ecuaciones $x=-3$ e $y=\dfrac{5}{3}$ sean asíntotas de $f$.

**b.** Sea $f(x)=\dfrac{ax+3}{bx+1}$. Determinar $a$ y $b\in\mathbb{R}$ para que $\dfrac{3}{2}$ sea cero de $f$ y la recta $y=6$ sea asíntota horizontal de $f$.

**Ejercicio 13.-** Hallar la expresión de la longitud $L$ de un lado de un rectángulo en función de la longitud $x$ del otro lado, si el área es 36. Calcular $\lim\limits_{x\to 0^+} L(x)$ y $\lim\limits_{x\to +\infty} L(x)$.

**Ejercicio 14.-** Hacia un tanque que contiene agua pura, fluye agua salada de modo que la concentración de sal en un tiempo $t$ está dada por la función

$$c(t)=\frac{3t}{100t+4000} \quad , \quad t>0\,.$$

Dibujar el gráfico de $c(t)$ y discutir el comportamiento de la función cuando $t\to+\infty$ e interpretar el significado.

## COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

**Ejercicio 15.-** Dadas las funciones $f$ y $g$, calcular $f\circ g$ y $g\circ f$.

**a.** $f(x)=3x-2 \quad , \quad g(x)=x^2+3$

**b.** $f(x)=-x+1 \quad , \quad g(x)=\dfrac{1}{3-x}+2$

**c.** $f(x)=x^2-4 \quad , \quad g(x)=\dfrac{2x+1}{x-3}$

**d.** $f(x)=\dfrac{3}{x+2} \quad , \quad g(x)=\dfrac{3}{x}-2$

**e.** $f(x)=x+2 \quad , \quad g(x)=-x(x+1)(x-3)$

**f.** $f(x)=2x-1 \quad , \quad g(x)=x\sqrt{x^2+2}$

**Ejercicio 16.-**

**a.** La relación funcional entre grados Celsius y grados Kelvin es lineal. Sabiendo que $0^0 C = 273\,K$ y que $27^0 C = 300\,K$, encontrar la función $f$ que da la temperatura en grados Celsius conocida la misma en grados Kelvin.

**b.** La función $g(x) = 1{,}8x + 32$ expresa la temperatura en grados Fahrenheit, conocida la misma en grados Celsius; encontrar la expresión de la temperatura en grados Fahrenheit en función de la temperatura en grados Kelvin. ¿Es lineal?

**Ejercicio 17.-**

**a.** Sean $f(x) = x + k$ y $g(x) = \dfrac{2}{x}$. Hallar el valor de $k \in \mathbb{R}$ de manera que $(g \circ f)(1) = -4$. Para el valor de $k$ encontrado, calcular $(f \circ g)(1)$.

**b.** Sean $f(x) = kx - 2$ y $g(x) = \dfrac{2x+6}{-x+4}$. Hallar el valor de $k \in \mathbb{R}$ de modo que $(g \circ f)(1) = 5$. Para el valor de $k$ hallado, calcular $(f \circ g)(1)$.

**Ejercicio 18.-** Sean $f(x) = 2x - 1$ y $g(x) = \dfrac{1}{x+3} - 2$. Hallar las funciones $f \circ g$ y $g \circ f$. Escribir las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de dichas funciones.

## FUNCIÓN INVERSA

**Ejercicio 19.-** Resolver la ecuación $f(x) = b$. Representar gráficamente.

**a.** $f(x) = 2x + 1$ $\quad b = 9$ , $b = -1$

**b.** $f(x) = x^2 - 3$ $\quad b = 13$ , $b = -4$

**c.** $f(x) = \dfrac{x-2}{3x+1}$ $\quad b = -\dfrac{1}{4}$ , $b = \dfrac{1}{3}$

**Ejercicio 20.-** Calcular $f^{-1}$ y dar su dominio. Graficar $f$ y $f^{-1}$.

**a.** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=2x-4$

**b.** $f:\mathbb{R}-\{2\}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{x-2}$

**c.** $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sqrt[3]{x}$

**d.** $f:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{2x-5}{x+1}$

**e.** $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=3x^2+2$

**f.** $f:\mathbb{R}-\left\{\dfrac{1}{3}\right\}\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{2}{3x-1}+5$

**g.** $f:[-2,+\infty)\to\mathbb{R}$ $\quad f(x)=\sqrt{x+2}$

**Ejercicio 21.-** La función $f(x)=1{,}8x+32$ expresa la temperatura en grados Fahrenheit, conocida la misma en grados Celsius. Dar la función que permite, dada una temperatura cualquiera en grados Fahrenheit, obtener la misma en grados Celsius. Sabiendo que el papel arde aproximadamente a $451°F$, ¿a cuántos grados Celsius tendrá que exponer esta práctica para quemarla? (¿recuerda la novela de Ray Bradbury?)

**Ejercicio 22.-** Dadas $f$ y $g$, calcular $h=g\circ f$ y $h^{-1}$. Dar las ecuaciones de las asíntotas de $h$ y de $h^{-1}$.

**a.** $f(x)=-2x+1$ $\quad g(x)=\dfrac{-x+3}{4x-1}$

**b.** $f(x)=4x-2$ $\quad g(x)=\dfrac{x+2}{2x-3}+1$

**c.** $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+3}$ $\quad g(x)=x+2$

**d.** $f(x)=\dfrac{x-2}{3x+5}$ $\quad g(x)=2x-1$

# EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Sea *g* la función polinómica de grado 3 tal que $g(-4)=g(0)=g(2)=0$ y $g(1)=10$. Si $f(x)=x+3$ y $h=g\circ f$, hallar el conjunto de ceros y el conjunto de negatividad de *h.*

**Ejercicio 2.-** Sea $f(x)=\dfrac{ax-2}{3x-b}$. Hallar *a* y *b* para que las rectas de ecuación $y=2$ y $x=5$ sean asíntotas de *f*. Para los valores de *a* y *b* hallados, dar el conjunto de positividad de *f*.

**Ejercicio 3.-** Sea $f(x)=\dfrac{a}{5-2x}$. Hallar el valor de $a\in\mathbb{R}$ para que se verifique que $f(4)=2$. Para el valor de *a* hallado, calcular $f^{-1}(x)$.

**Ejercicio 4.-** Sean $f(x)=\dfrac{2x+5}{x-3}$, $g(x)=ax-2$ con $a\in\mathbb{R}$ y $h=f\circ g$. Hallar el valor de *a* para que el dominio de *h* sea igual a $\mathbb{R}-\left\{\dfrac{5}{4}\right\}$. Para el valor de *a* encontrado calcular $h^{-1}$.

**Ejercicio 5.-** Sea $f(x)=\dfrac{x-1}{4+2x}$. Determinar el dominio y la imagen de *f*. Hallar el valor de *k* para el cual el punto $(k,2)$ pertenece al gráfico de *f*.

**Ejercicio 6.-** Sea $f(x)=\dfrac{kx-5}{2-x}$. Hallar el valor de $k\in\mathbb{R}$ para que $\operatorname{Im}(f)=\mathbb{R}-\{3\}$. Para el valor de $k$ hallado, dar las ecuaciones de las asíntotas y representar gráficamente.

**Ejercicio 7.-** Sean $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$, $g(x)=3x+1$ y $h=f\circ g$. Hallar los ceros de $h^{-1}(x)$.

**Ejercicio 8.-** Dada $f(x)=\dfrac{2-x}{x+1}$, dar las ecuaciones de las asíntotas. Hallar los intervalos de positividad. Representar gráficamente.

**Ejercicio 9.-** Sea $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+2}$. Determinar los valores de $a$ y $b$ de manera que $x=\dfrac{1}{3}$ sea cero de $f$ y la recta de ecuación $y=3$ sea la asíntota horizontal de *f*. Para los valores encontrados, hallar el dominio de *f*.

**Ejercicio 10.-** Sea $f(x)=\dfrac{4}{x-3}+2$. Hallar la función inversa $f^{-1}$ y dar el conjunto de positividad de $f^{-1}$.

**Ejercicio 11.-** Dadas $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-3}$, $g(x)=x-a$ y $h=f\circ g$, determinar $a\in\mathbb{R}$ de modo que $h(4)=5$. Para el valor hallado, dar $h^{-1}(x)$.

**Ejercicio 12.-** Sea $f(x)=\dfrac{4x^2}{ax^2-3}$. Hallar $a\in\mathbb{R}$ de modo que la recta $y=12$ sea una asíntota horizontal de *f*. Para el valor de $a$ encontrado, dar las ecuaciones de todas las asíntotas de $f$.

# FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

**Ejercicio 1.-** Graficar, hallar la imagen y dar la ecuación de la asíntota horizontal de $f$.

**a.** $f(x) = e^{x} + 2$ **b.** $f(x) = e^{x+1}$

**c.** $f(x) = e^{-x} - 2$ **d.** $f(x) = e^{-x+1} + 3$

**Ejercicio 2.-** Calcular $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ y $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ . Dar, si existe, la ecuación de la asíntota horizontal.

**a.** $f(x) = e^{-x^2}$ **b.** $f(x) = e^{-2x}$

**c.** $f(x) = e^{-x+2} - 3$ **d.** $f(x) = e^{-x^2+5}$

**Ejercicio 3.-** Resolver.

**a.** $e^{2x-1} = 8$ **b.** $3e^{2-x} = 1$

**c.** $\ln(2x-3) = 0$ **d.** $\ln(5x-1) = 2$

**Ejercicio 4.-** Hallar el dominio y los ceros de $f$.

**a.** $f(x) = \ln\left(\dfrac{5x-8}{3x}\right)$ **b.** $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{2-x}\right)$

**Ejercicio 5.-** Hallar la función inversa $f^{-1}$. Dar su dominio y su imagen.

**a.** $f(x) = e^{2x+1}$ **b.** $f(x) = \ln(3-x)$

**c.** $f(x) = 2e^{4-5x} + 3$ **d.** $f(x) = 1 + \ln(2x+3)$

**Ejercicio 6.-** Hallar el dominio, las ecuaciones de las asíntotas verticales, los ceros y los conjuntos de positividad y de negatividad de $f$.

**a.** $f(x) = \ln(x-3)$ **b.** $f(x) = \ln(x^2 - 4)$

**c.** $f(x) = 1 - \ln(2x-3)$ **d.** $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{2}x^2 - 3x + 5\right)$

**Ejercicio 7.-** Hallar la función inversa $f^{-1}$ y dar su dominio.

**a.** $f(x) = \dfrac{3}{\ln(x)} + 5$ **b.** $f(x) = \dfrac{2}{1+e^{x}}$

**Ejercicio 8.-** Sea $f(x) = e^{4x-8} + b$. Hallar el valor de $b$ para que la imagen de $f$ sea el intervalo $(9;+\infty)$. Para el valor de $b$ hallado, calcular la función inversa $f^{-1}$.

**Ejercicio 9.-** La población (en millones) de cierta región, $t$ años después del año 2000, se puede aproximar mediante la función

$$f(t) = 300 \cdot (1,02)^t \, .$$

**a.** ¿Cuántos individuos tenía en 2000?

**b.** ¿y en 2010?

**c.** Si no varían las condiciones, ¿cuántos tendrá en 2040?

**d.** ¿Cuándo la población será el doble de lo que era en el año 2000?

**Ejercicio 10.-** Un jarro con agua se retira del fuego cuando el agua que contiene está hirviendo y se coloca en una habitación donde la temperatura ambiente es 20º C.
La temperatura (en ºC) del agua, transcurridos $t$ minutos de haber retirado el jarro del fuego viene dada por

$$T(t) = 20 + 80e^{-0,41t} \, .$$

**a.** Hallar la temperatura del agua a los 5 minutos.

**b.** ¿Cuánto tiempo deberá pasar para que la temperatura sea de 40º C?

**Ejercicio 11.-** Hallar la función exponencial $f(x) = ka^x$ sabiendo que

**a.** $f(0) = 5$ y $f(3) = 40$.

**b.** $f(1) = 7,5$ y $f(5) = 292,96875$.

## FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

**Ejercicio 12.-** Completar la tabla.

**a.**

| $x$ | 0 | $\pi/6$ | $\pi/4$ | $\pi/3$ | $\pi/2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| sen($x$) | | $1/2$ | | | |
| cos($x$) | | | $\sqrt{2}/2$ | $1/2$ | |

**b.**

| $x$ | $\frac{5}{6}\pi$ | $-\pi/3$ | $\frac{5}{4}\pi$ | $\frac{7}{3}\pi$ | $-\frac{3}{4}\pi$ | $\pi/3$ | $\frac{7}{6}\pi$ | $-\pi/4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{sen}(x)$ | | | | | | | | |
| $\cos(x)$ | | | | | | | | |

**Ejercicio 13.-** Encontrar todos los $x \in [-\pi;\pi]$ tales que

**a.** $\mathrm{sen}(x) = \frac{1}{2}$

**b.** $\mathrm{sen}(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

**c.** $\mathrm{sen}(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

**d.** $\mathrm{sen}(x) = -1$

**e.** $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**f.** $\cos(x) = -\frac{1}{2}$

**g.** $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**h.** $\cos(x) = 1$

**Ejercicio 14.-** Encontrar todos los $x \in [0;2\pi]$ tales que

**a.** $\mathrm{sen}(x) = -\frac{1}{2}$

**b.** $\mathrm{sen}(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**c.** $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

**d.** $\cos(x) = -1$

**Ejercicio 15.-** Encontrar todos los $x \in \mathbb{R}$ tales que

**a.** $\mathrm{sen}(x) = -\frac{1}{2}$

**b.** $\mathrm{sen}(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**c.** $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

**d.** $\cos(x) = -1$

**Ejercicio 16.-** Resolver.

**a.** $\operatorname{sen}(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ en $\left[\dfrac{\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right]$

**b.** $\operatorname{sen}(x) + \dfrac{1}{2} = 0$ en $[2\pi;5\pi]$

**c.** $\cos(x) - \dfrac{1}{2} = 0$ en $[-\pi;2\pi]$

**d.** $\cos(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ en $\left[\dfrac{\pi}{2};3\pi\right]$

**Ejercicio 17.-** Hallar los ceros y los conjuntos de positividad y de negatividad de $f$.

**a.** $f(x) = \cos\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ en $[-\pi;5\pi]$

**b.** $f(x) = \operatorname{sen}(2x) + 1$ en $[-\pi;5\pi]$

**c.** $f(x) = 2\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{2}\right) - 1$ en $[-\pi;3\pi]$

**d.** $f(x) = 2\operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) + 1$ en $[0;3\pi]$

**e.** $f(x) = 2\operatorname{sen}^2(x) - \operatorname{sen}(x)$ en $[-\pi;\pi]$

**f.** $f(x) = \left(\dfrac{1}{2} + \operatorname{sen}(x)\right)\cos(x)$ en $[-\pi;\pi]$

**Ejercicio 18.-** Hallar la imagen de *f*. Determinar el valor máximo y el valor mínimo de $f$ e indicar en qué puntos se alcanzan dichos valores.

**a.** $f(x) = \dfrac{1}{3}\operatorname{sen}(x)$

**b.** $f(x) = -2\operatorname{sen}(2x + \pi)$

**c.** $f(x) = 3\cos(-x) + 2$

**d.** $f(x) = 2\cos(3x) - 1$

**Ejercicio 19.-** Hallar la amplitud y el período de $f$.

**a.** $f(x) = \cos(x + \pi)$

**b.** $f(x) = 3\operatorname{sen}(2x)$

**c.** $f(x) = -\operatorname{sen}(3x - \pi)$

**d.** $f(x) = 2\cos\left(\dfrac{x}{2} + \pi\right)$

**Ejercicio 20.-** Sea $f(x) = -3\operatorname{sen}(x+\pi)+k$. Determinar el valor de $k$ para que $\operatorname{Im} f = [-4;2]$. Con el valor de $k$ hallado, dar un $x_0$ tal que $f(x_0) = -4$ y un $x_1$ tal que $f(x_1) = 2$.

**Ejercicio 21.-** Hallar los ceros, el conjunto de positividad y el de negatividad, los máximos y mínimos y la imagen de $f$. Hacer un gráfico aproximado.

**a.** $f(x) = 3\operatorname{sen}\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ en $[0;2\pi]$

**b.** $f(x) = 2\cos(3x-\pi)-1$ en $[\pi;2\pi]$

**c.** $f(x) = 4\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$ en $[-\pi;\pi]$

**d.** $f(x) = 2\operatorname{sen}\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)-1$ en $[-\pi;\pi]$

## EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Sean $f(x) = x^2+3x+3$, $g(x) = \ln(x)$. Hallar el dominio, los ceros y los conjuntos de positividad y de negatividad de $h = g \circ f$.

**Ejercicio 2.-** Sean $f(x) = 4+\ln(x)$, $g(x) = 5x+2$, $h = f \circ g$ y $h^{-1}$ la función inversa de $h$. Calcular $h^{-1}$ y dar el dominio y la imagen de $h^{-1}$.

**Ejercicio 3.-** Sean $f(x) = 3-e^{4+2x}$ y $f^{-1}$ la función inversa de $f$. Hallar $f^{-1}(x)$ y dar su dominio.

**Ejercicio 4.-** Sea $f(x) = ka^{x-1}$. Hallar $a > 0$ y $k \in \mathbb{R}$, si $f(-1) = 0{,}7$ y $f(4) = 22{,}4$. Para los valores hallados, calcular $f(8)$.

**Ejercicio 5.-** Sea $f(x) = 5\operatorname{sen}(2x)+2$. Determinar la imagen de $f$ y hallar los $x \in [-\pi;\pi]$ para los cuales $f$ alcanza el valor máximo.

**Ejercicio 6.-** Se sabe que $f(x) = a\,\text{sen}(2x) - 2$ tiene un cero en $x = \dfrac{\pi}{12}$. Determinar el valor de $a$ e indicar, para el valor de $a$ encontrado, la imagen de $f$.

**Ejercicio 7.-** Indicar los ceros y los conjuntos de positividad y de negatividad de

$$f(x) = 2\cos^2(x) + \cos(x) \quad \text{para} \quad x \in [0;\pi].$$

**Ejercicio 8.-** Sea $f(x) = 2\,\text{sen}(2x + \dfrac{\pi}{4})$. Hallar los ceros y los valores máximo y mínimo de $f$.

**Ejercicio 9.-** Sea $f : [0;\pi] \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2\cos(x + \dfrac{\pi}{2})$. Encontrar todos los puntos en que el gráfico de $f$ corta a la recta de ecuación $y = -1$.

**Ejercicio 10.-** Sea $f(x) = 2 + \text{sen}(x + \pi)$. Determinar todos los $x \in [-2\pi;3\pi]$ tales que $f(x) = \dfrac{5}{2}$.

# DERIVADAS

**Ejercicio 1.-** Hallar, utilizando la definición, la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto *P*. Dar la ecuación de la recta y graficar la curva y la recta.

**a.** $f(x) = x^2 - 2$ ; $P = (3,7)$

**b.** $f(x) = x^2 - 2$ ; $P = (-2,2)$

**c.** $f(x) = \dfrac{2}{x}$ ; $P = (2,1)$

**d.** $f(x) = \dfrac{2}{x}$ ; $P = (-1,-2)$

**Ejercicio 2.-** Hallar la derivada de la función $f$ usando las reglas de derivación.

**a.** $f(x) = x^{3/2}$

**b.** $f(x) = 3x^5$

**c.** $f(x) = -\dfrac{4}{x}$

**d.** $f(x) = 2x^3 - 4x + 3$

**e.** $f(x) = 3x + \cos(x)$

**f.** $f(x) = \dfrac{x^3}{\sqrt[3]{x^2}}$

**g.** $f(x) = 5x^2 + \ln(x)$

**h.** $f(x) = x\,\mathrm{sen}(x)$

**i.** $f(x) = e^x \cos(x)$

**j.** $f(x) = (2x+3)e^x$

**k.** $f(x) = \left(x^4 - 3x^3\right)\ln(x)$

**l.** $f(x) = \left(x^3 - 3x^2\right)\left(e^x + 5\right)$

**m.** $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+1}$

**n.** $f(x) = \dfrac{3x^2 + x}{x^4 + 3}$

**o.** $f(x) = \dfrac{\mathrm{sen}(x)}{\cos(x)}$

**p.** $f(x) = \dfrac{3x^4 + 1}{\cos(x)}$

**q.** $f(x) = \dfrac{\mathrm{sen}(x)}{x^2 + 5}$

**r.** $f(x) = \dfrac{x^2}{e^x}$

**Ejercicio 3.-** Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f$ en el punto de abscisa $x_0$.

**a.** $f(x) = \dfrac{1}{2}x^3$ ; $x_0 = 2$

**b.** $f(x) = -2x^2 + 13x - 15$ ; $x_0 = 3$

**c.** $f(x) = e^{-x}\cos(x)$ ; $x_0 = 0$

**d.** $f(x) = \dfrac{2}{x} - \sqrt{x}$ ; $x_0 = 4$

**Ejercicio 4.-** Hallar la derivada de la función $f$.

**a.** $f(x)=(2x+3)^4$

**b.** $f(x)=\sqrt[3]{x^2+x}$

**c.** $f(x)=\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{10}$

**d.** $f(x)=\operatorname{sen}(3x)$

**e.** $f(x)=\cos^2(x)$

**f.** $f(x)=\ln\left(3x^2+1\right)$

**g.** $f(x)=\sqrt{5x+\operatorname{sen}(x)}$

**h.** $f(x)=\sqrt{(2x-3)^7}$

**i.** $f(x)=e^{x^2+x}$

**j.** $f(x)=\cos(\operatorname{sen}(x))$

**k.** $f(x)=e^{x\operatorname{sen}(x)}$

**l.** $f(x)=\ln\left(e^{-x^2}+x\right)$

**m.** $f(x)=\ln\left(\dfrac{3x+1}{2x}\right)$

**n.** $f(x)=\left(\dfrac{x+1}{3x}\right)e^{-2x}$

**o.** $f(x)=\ln^2\left(5x^2+1\right)$

**p.** $f(x)=\operatorname{sen}^2\left(x^3+x\right)$

**q.** $f(x)=e^{x^2}\ln\left(\dfrac{3}{x}\right)$

**r.** $f(x)=e^{1/x}-7x$

**Ejercicio 5.-** Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f$ en el punto de abscisa $x_0$.

**a.** $f(x)=\sqrt{2x-3}$ ; $x_0=6$

**b.** $f(x)=3\operatorname{sen}(2x)$ ; $x_0=0$

**c.** $f(x)=\ln\left(x^4+2x+2\right)$ ; $x_0=1$

**d.** $f(x)=\dfrac{e^{3x}}{2x-1}$ ; $x_0=0$

**Ejercicio 6.-**

**a.** Hallar los puntos en los que la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x)=\ln\left(9x^2-4\right)$ es igual a 2.

**b.** Sea $f(x)=x^3-2x^2+2$. Hallar el punto $P$ del gráfico de $f$ en el que $y=-x+2$ es la ecuación de la recta tangente.

**c.** Hallar todos los puntos del gráfico de $f(x)=\dfrac{x^2+12x+2}{x+1}$ para los cuales la recta tangente es paralela a la recta $y=2x-3$. Escribir las ecuaciones de las rectas en dichos puntos.

**Ejercicio 7.-** Sea $f(x) = 4 + ae^{x^2 - 3bx}$. Determinar los valores de *a* y *b* para que $y = -3x + 6$ sea la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f$ en $x_0 = 0$.

**Ejercicio 8.-** Sea $f(x) = \ln\left(x^2 - 6x + k\right)$. Hallar $k \in \mathbb{R}$ de modo que la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f$ en $x_0 = 4$ sea igual a 2.

**Ejercicio 9.-** Sea $f(x) = \dfrac{x}{5x^2 + a}$. Hallar $a \in \mathbb{R}$ para que la recta tangente al gráfico de *f* en $x_0 = -1$ sea horizontal.

**Ejercicio 10.-** Calcular $f'$, $f''$ y $f'''$.

**a.** $f(x) = \cos(3x)$

**b.** $f(x) = \dfrac{3}{x} + 2x$

**c.** $f(x) = xe^{2x}$

**d.** $f(x) = \sqrt{3x + 2}$

**Ejercicio 11.-**

**a.** El desplazamiento (en metros) experimentado por un móvil al cabo de $t$ segundos es $x(t) = 6t^2$. Hallar la velocidad instantánea en $t = 2$ segundos.

**b.** Un móvil se desplaza en línea recta. La posición *x* en el instante $t \geq 0$ es $x(t) = \dfrac{1}{6}t^3 - 8t$. Determinar la aceleración $a(t) = x''(t)$ en el instante en el cual la velocidad $v(t) = x'(t)$ se anula.

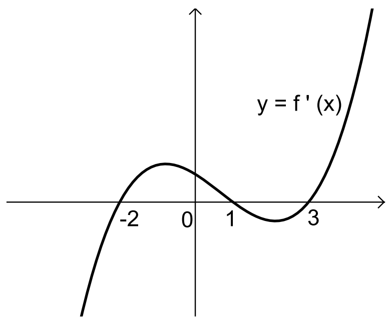
**Ejercicio 12.-** Dos móviles *A* y *B* se desplazan según las ecuaciones

$$A:\ s(t) = 3t^4 - 2t + 7 \quad ; \quad B: e(t) = t^2 + at + b$$

**a.** Calcular *a* y *b* para que en el instante $t = 1$, *A* y *B* se encuentren en el mismo lugar y lleven además la misma velocidad.

**b.** Hallar la posición, la velocidad y la aceleración de cada móvil en el instante $t = 1$.

**Ejercicio 13.-** Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable tal que el gráfico de la función derivada $f'$ es




**a.** Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$.

**b.** Ubicar los máximos y los mínimos locales de $f$.

**Ejercicio 14.-** Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los máximos y los mínimos relativos y hacer un gráfico aproximado de $f$.

**a.** $f(x) = x^2 - 2x$

**b.** $f(x) = -x^2 + 8x - 15$

**c.** $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x + 7$

**d.** $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$

**e.** $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$

**f.** $f(x) = (x-10)^3 x^2$

**Ejercicio 15.-** Hallar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos locales y las asíntotas verticales y horizontales. Hacer un gráfico aproximado de $f$.

**a.** $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$

**b.** $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$

**c.** $f(x) = \dfrac{x^3}{(x-1)^2}$

**d.** $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-3}$

**e.** $f(x) = \dfrac{(x+4)^2}{3-2x}$

**f.** $f(x) = \dfrac{x^3}{x-1}$

**g.** $f(x) = \dfrac{-3x}{x^2+4}$

**h.** $f(x) = 2(x^2+3)^{-1}$

**i.** $f(x) = \dfrac{x-5}{x^2-16}$

**j.** $f(x) = \dfrac{x^2-x-6}{x^2-x}$

**k.** $f(x) = \dfrac{8-3x}{x^2-2x}$

**l.** $f(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$

**Ejercicio 16.-** Hallar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los máximos y los mínimos de $f$.

**a.** $f(x) = xe^{x/2}$ **b.** $f(x) = x^4 e^{-x}$

**c.** $f(x) = x^3 e^{3x}$ **d.** $f(x) = x\ln^2(x)$

**e.** $f(x) = \ln(2-x)$ **f.** $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$

**g.** $f(x) = e^{-x^3+12x}$ **h.** $f(x) = x\ln(x)$

**Ejercicio 17.-** Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los máximos y los mínimos relativos de $f$ en el intervalo indicado. Hacer un gráfico aproximado.

**a.** $f(x) = 2 + \operatorname{sen}^2(x)$ en $[0, 2\pi]$

**b.** $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \cos^2(x)$ en $[-\pi, \pi]$

**c.** $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$ en $\left(-\pi/2, \pi/2\right)$

**d.** $f(x) = \dfrac{1}{\operatorname{sen}(x)}$ en $(0,\pi) \cup (\pi, 2\pi)$

**Ejercicio 18.-** Sea $f : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{(5x-k)^2}{x}$ donde $k$ es una constante.

**a.** Hallar los valores de $k$ para los cuales $f$ tiene un punto crítico en $x = 1$.

**b.** Para cada valor de $k$ hallado en **a)** determinar todos los extremos locales de $f$.

**Ejercicio 19.-** Sea $f(x) = e^{x^3 - kx}$. Determinar $k \in \mathbb{R}$ para que $f$ tenga un extremo relativo en $x = 2$. Para el valor de $k$ hallado determinar los máximos y los mínimos locales de $f$.

**Ejercicio 20.-** Las funciones $C_1(t) = te^{-t}$ y $C_2(t) = t^2 e^{-t}$ expresan la concentración en sangre de cada una de dos drogas $t$ horas después de administradas.

**a.** ¿Cuál de las dos drogas alcanza mayor concentración?

**b.** ¿Cuál alcanza la concentración máxima en el menor tiempo?

**Ejercicio 21.-** Hallar las dimensiones que debe tener un rectángulo de área 64 para que

**a.** su perímetro sea mínimo;

**b.** su diagonal sea la menor.

**Ejercicio 22.-** Descomponer el número 16 en dos sumandos positivos tales que su producto sea máximo.

**Ejercicio 23.-** Hallar el menor valor que se puede obtener al sumar un número con 25 veces su inverso. ¿Para qué números se alcanza dicho valor mínimo?

**Ejercicio 24.-** Hallar el punto del gráfico de $f(x) = 3x + 5$ que está a menor distancia de $P = (4,7)$.

**Ejercicio 25.-** Hallar dos números tales que su suma sea igual a 12 y la suma de sus cuadrados sea mínima.

**Ejercicio 26.-** La concentración de un fármaco en la sangre $t$ horas después de ser inyectado viene dada por $C(t) = \dfrac{3t+2}{4t^2+1}$. Hallar cuándo la concentración aumenta, cuándo disminuye y cuándo es máxima.

**Ejercicio 27.-** Hallar el punto del gráfico de $f(x) = \sqrt{8x}$ que está a menor distancia de $P = (6,0)$. Calcular dicha distancia.

**Ejercicio 28.-** Un terreno rectangular se va a cercar y dividir en tres porciones iguales mediante dos cercas paralelas a dos de los lados del terreno. Si el alambre total que va a usarse es de 8000 metros, encontrar las dimensiones del terreno que tendrá mayor área.

**Ejercicio 29.-** Un constructor debe hacer una ventana rectangular. Para el marco dispone de 6,40 metros de varilla metálica. Hallar las dimensiones de la ventana de modo que el área de abertura sea máxima.

**Ejercicio 30.-** En pacientes con cierta enfermedad, se sabe que la temperatura (en °C) $t$ horas después de haberles suministrado cierta droga se rige según la ley $T(t) = 37 + \frac{1}{4}e^{\frac{-(t-3)^2}{2}}$. ¿En qué instante se alcanza la temperatura máxima? ¿Cuál es ésta?

## EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f(x) = \frac{9}{x^2} - \frac{3}{x}$ en el punto de abscisa $x = 3$.

**Ejercicio 2.-** Sea $f(x) = 3\ln(ax-1) - 2$. Hallar el valor de $a$ para que la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f$ en el punto de abscisa $x = 1$ sea 6. Dar la ecuación de la recta tangente.

**Ejercicio 3.-** Sea $f(x) = x^3 - 6x^2 - 10x + 1$. Hallar el punto del gráfico de $f$ en el que la recta tangente tiene ecuación $y = 5x + 9$.

**Ejercicio 4.-** Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f(x) = 3 + \frac{\ln(x-4)}{-x^2 + 10x - 24}$ en el punto $(5, f(5))$.

**Ejercicio 5.-** Hallar todos los puntos del gráfico de $f(x) = x^3 - 12x^2 - 17x + 1$ en los que la pendiente de la recta tangente es 10.

**Ejercicio 6.-** Sea $f(x) = \ln(x^2 + 81)$. Hallar el punto del gráfico de $f$ en el que la pendiente de la recta tangente es $\frac{1}{9}$.

**Ejercicio 7.-** Sea $f(x)=\frac{8}{x}$. Hallar el punto del gráfico de $f$ en el que la recta tangente tiene ecuación $y=-\frac{1}{2}x-4$.

**Ejercicio 8.-** Sea $f(x)$ tal que $y=5x-4$ es la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f$ en $(1, f(1))$. Si $g(x)=(x^3-6x)f(x)$, calcular $g'(1)$.

**Ejercicio 9.-** Hallar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos locales y las asíntotas verticales y horizontales. Hacer un gráfico.

**a.** $f(x)=x^5(x-7)$

**b.** $f(x)=2x+7+\frac{9}{2x-1}$

**c.** $f(x)=\frac{x^2}{x^2-4}$

**d.** $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x+9}}$

**e.** $f(x)=e^{x^3-3x^2}$

**f.** $f(x)=2x-6\ln(x)$

**g.** $f(x)=3x^2e^{x/3}$

**h.** $f(x)=1+\frac{12}{x^2-4x}$

**Ejercicio 10.-** Sea $f(x)=x-\frac{k}{x}$. Determinar $k$ de modo que $f$ tenga un máximo local para $x=-1$. Para el valor de $k$ hallado, determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, todos los extremos locales y hacer un gráfico aproximado.

**Ejercicio 11.-** Sea $f(x)=\frac{16}{x^2(x-4)}$. Dar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos locales y las ecuaciones de las asíntotas verticales de $f$. Graficar.

# INTEGRALES

**Ejercicio 1.-**

**a.** Hallar una función $g$ tal que

**i.** $g'(x) = x$ **ii.** $g'(x) = 3$

**iii.** $g'(x) = \operatorname{sen}(x)$ **iv.** $g'(x) = \cos(x)$

**v.** $g'(x) = e^x$ **vi.** $g'(x) = x^3$

**vii.** $g'(x) = x^5 + 2x$ **viii.** $g'(x) = 3 + e^x$

**b.** Hallar una primitiva de $f$.

**i.** $f(x) = 2\operatorname{sen}(x)$ **ii.** $f(x) = x^3 + \dfrac{1}{x}$

**iii.** $f(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$ **iv.** $f(x) = -4e^x$

**Ejercicio 2.-** Hallar la función $g$ tal que

**a.** $g'(x) = 8x$ y $g(0) = 4$

**b.** $g'(x) = -x^3$ y $g(1) = 5$

**c.** $g'(x) = -2\cos(x)$ y $g(\frac{\pi}{2}) = 3$

**Ejercicio 3.-** Calcular las integrales.

**a.** $\int x^2 dx$ **b.** $\int x^{123} dx$

**c.** $\int (2 + \sqrt{x}) dx$ **d.** $\int (6x^2 + \operatorname{sen}(x)) dx$

**e.** $\int (x^3 + 2) dx$ **f.** $\int x^2 (1 + \sqrt{x}) dx$

**g.** $\int (e^x + \dfrac{1}{x^4}) dx$ **h.** $\int (3\cos(x) - 2\operatorname{sen}(x)) dx$

**Ejercicio 4.-** Calcular aplicando el método de sustitución.

**a.** $\int \dfrac{x}{x^2 + 1} dx$ **b.** $\int 4\operatorname{sen}(4x) dx$

**c.** $\int \cos(4x) dx$ **d.** $\int \dfrac{1}{x + 3} dx$

**e.** $\int x\sqrt{x^2 + 3} dx$ **f.** $\int \dfrac{dx}{(3x + 1)^2}$

**g.** $\int \frac{\ln(x)}{x}dx$

**h.** $\int \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}^5(x)}dx$

**i.** $\int e^{-6x}dx$

**j.** $\int \frac{\ln^3(x)}{x}dx$

**k.** $\int x^2\cos(x^3)dx$

**l.** $\int \frac{\cos(\ln(x))}{x}dx$

**m.** $\int \frac{\ln(-2x+3)}{-4x+6}dx$

**n.** $\int \frac{4x^3+6x^2}{3x^4+6x^3-9}dx$

**o.** $\int x\sqrt{x+2}dx$

**p.** $\int x(3x+1)^5dx$

**q.** $\int xe^{x^2+5}dx$

**r.** $\int e^{\cos(x)}\operatorname{sen}(x)dx$

**Ejercicio 5.-** Calcular aplicando el método de integración por partes.

**a.** $\int x\cos(x)dx$

**b.** $\int xe^xdx$

**c.** $\int x\sqrt{x+2}dx$

**d.** $\int x^9\ln(x)dx$

**e.** $\int x^3\ln\left(\frac{1}{x}\right)dx$

**f.** $\int x^2e^{-x}dx$

**g.** $\int x^2\operatorname{sen}(x)dx$

**h.** $\int (x^2+x)(x-2)^{-3}dx$

**Ejercicio 6.-** Calcular.

**a.** $\int x^{3/2}(x-3)^2dx$

**b.** $\int \frac{\operatorname{sen}(\ln(x))}{x}dx$

**c.** $\int \left(x^3+5x^2+(5x-1)^3\right)dx$

**d.** $\int \ln(\operatorname{sen}(x))\frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}dx$

**e.** $\int \left(\frac{\cos(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}+1\right)dx$

**f.** $\int \left(x^2\cos(6x-2)+e^{2x}\right)dx$

**Ejercicio 7.-** Hallar la función $g$ tal que

**a.** $g'(x)=\frac{4x^3-6x+2}{x^4-3x^2+2x+1}$ y $g(1)=5$

**b.** $g'(x)=x\sqrt{3x^2+9}$ y $g(3)=20$

**c.** $g'(x)=xe^x$ y $g(0)=4$

**d.** $g'(x)=\ln(\sqrt{x+2})$ y $g(-1)=3$

**Ejercicio 8.-** La aceleración de un móvil en el instante $t$ está dada por $a(t)=t(t-6)\,\mathrm{km}/\mathrm{h}^2$. El móvil parte, en el instante inicial $t=0$, a una velocidad de $40\,\mathrm{km}/\mathrm{h}$. ¿Cuál es la velocidad $v(t)$ para $0\le t\le 6$? (Recordar que la aceleración $a$ es la derivada de la velocidad instantánea $v$, esto es $a(t)=v'(t)$.)

**Ejercicio 9.-** Un cohete está en reposo en el instante $t=0$. Mediante mediciones en el interior del cohete se comprueba que experimenta una aceleración $a(t)=t^{1/2}+2$, para todo $t\ge 0$, donde el tiempo se mide en segundos y la aceleración en $\mathrm{m}/\mathrm{seg}^2$. ¿Qué velocidad tiene en el instante $t=36$? ¿A qué distancia del punto de partida está en ese instante?

**Ejercicio 10.-** Usando la regla de Barrow, calcular las siguientes integrales definidas.

**a.** $\displaystyle\int_{-1}^{2} 4x\,dx$ **b.** $\displaystyle\int_{1}^{4}\sqrt{x}\,dx$

**c.** $\displaystyle\int_{0}^{\pi/2}\cos(t)\,dt$ **d.** $\displaystyle\int_{0}^{\pi}\cos(t)\,dt$

**e.** $\displaystyle\int_{0}^{\pi}\operatorname{sen}(u)\,du$ **f.** $\displaystyle\int_{-1}^{1}e^{-x+1}\,dx$

**Ejercicio 11.-** Usando la regla de Barrow, calcular las siguientes integrales definidas.

**a.** $\displaystyle\int_{-1}^{1}e^{x}(x+1)^2\,dx$ **b.** $\displaystyle\int_{0}^{e-1}\frac{dt}{t+1}$

**c.** $\displaystyle\int_{0}^{3}(x^2+2)\sqrt{x+1}\,dx$ **d.** $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi}(1-\cos(2x))^3\operatorname{sen}(2x)\,dx$

**e.** $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\pi/2}\frac{\cos(u)}{\operatorname{sen}^2(u)}\,du$ **f.** $\displaystyle\int_{0}^{1}(e^{2x}-e^{-2x})\,dx$

**g.** $\displaystyle\int_{1}^{4}\left(\frac{(\ln x)^2}{x}+x\right)dx$ **h.** $\displaystyle\int_{0}^{2\pi}(t-\pi)\cos(t)\,dt$

**Ejercicio 12.-**

**a.** Sabiendo que $\int_1^3 f(x)dx = 5$, calcular $\int_1^3 (f(x) + 2x)dx$.

**b.** Sabiendo que $\int_{-2}^1 (f(t) - 3)dt = -2$, calcular $\int_{-2}^1 f(t)dt$.

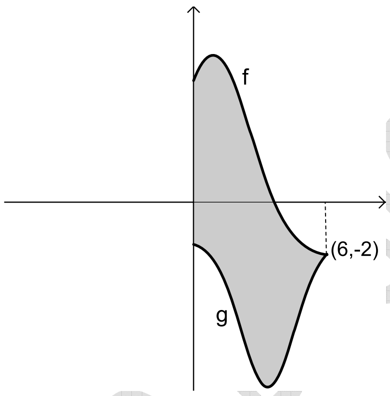
**Ejercicio 13.-**

**a.** Hallar $a \in \mathbb{R}$ tal que $\int_1^a \frac{4}{x^2} dx = \frac{16}{5}$.

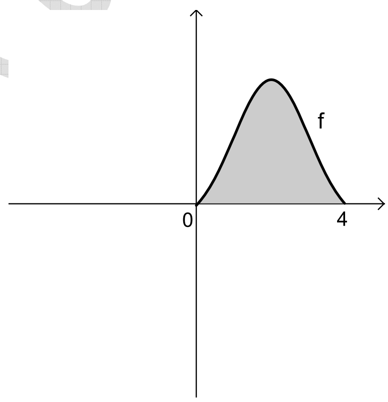
**b.** Hallar $a \in \mathbb{R}$ tal que $\int_0^4 (3\sqrt{x} + ax)dx = 0$.

**Ejercicio 14.-** Expresar, usando integrales definidas, el área de las regiones sombreadas.

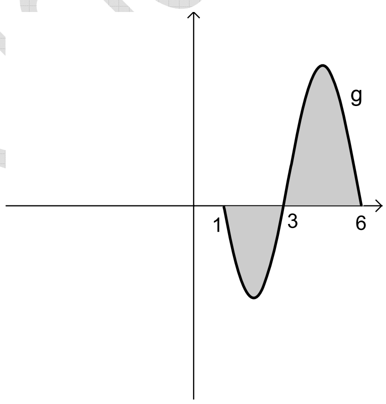
**a.**



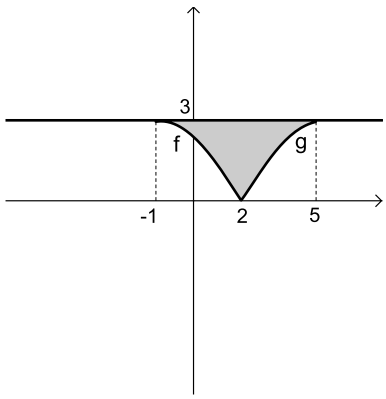

**b.**



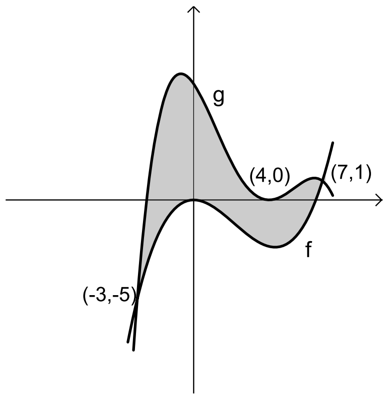

**c.**



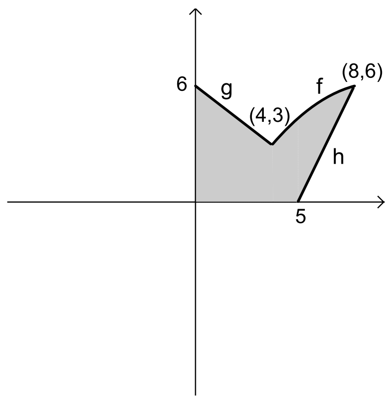

**d.**



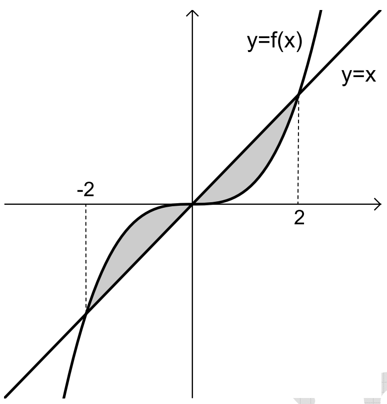
**e.**



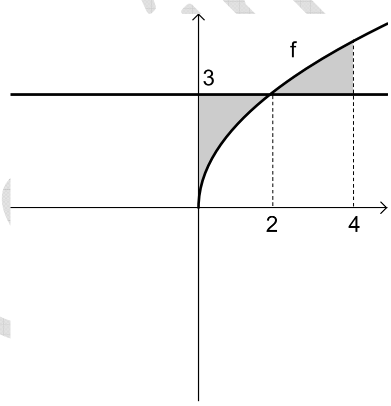

**f.**



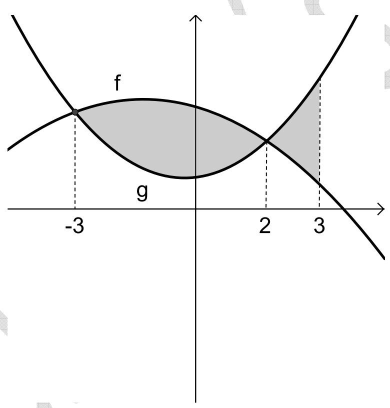

**g.**



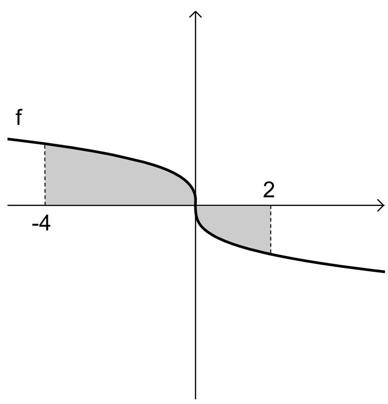

**h.**




**i.**




**j.**




**Ejercicio 15.-** Calcular el área de la región encerrada entre:

- **a.** el gráfico de $f(x) = x^2 + 2x - 3$ y el eje $x$.
- **b.** el gráfico de $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$ y el eje $x$.
- **c.** los gráficos de $f(x) = -x + 4$ y $g(x) = x^2 + 2x$.
- **d.** los gráficos de $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = -x + 6$ y el eje $x$.
- **e.** los gráficos de $f(x) = x^3 - 1$ y $g(x) = 4x - 1$.
- **f.** los gráficos de $f(x) = 2x^2 + 6x - 5$ y $g(x) = x^2 - 3x + 5$.

**Ejercicio 16.-** Calcular el área de la región comprendida entre los gráficos de

**a.** $f(x) = -x+2$ y $g(x) = x(x-2)$ para $0 \le x \le 3$

**b.** $f(x) = -x+2$ y $g(x) = x(x-2)$ para $-2 \le x \le 4$

**c.** $f(x) = e^{-x}$ y $g(x) = e^{2x}$ para $-1 \le x \le 1$

**d.** $f(x) = -x^2 - x + 2$ y el eje $x$ para $-3 \le x \le 3$

**e.** $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ y $g(x) = \sqrt{x-1}$ para $1 \le x \le 10$

**f.** $f(x) = x^2 + 4x + 2$ y $g(x) = -2x^2 + 7x + 8$ para $-2 \le x \le 6$

**Ejercicio 17.-** Calcular el área de la región limitada por

**a.** los gráficos de $f(x) = \sqrt{x-5}$, $g(x) = \sqrt{5-x}$ y la recta $y = 2$.

**b.** los gráficos de $f(x) = \sqrt{10-x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ y el eje $x$.

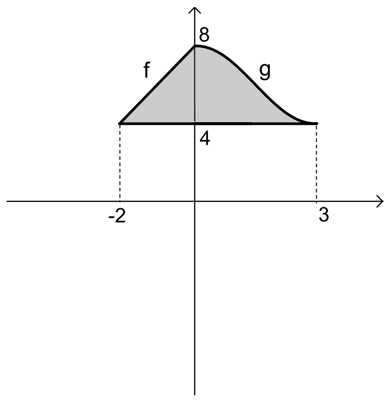
**c.** el eje $y$, la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $y = -x + 6$.

**d.** las curvas $y = \frac{16}{x^2}$, $x = 4$, $y = 2x$.

**e.** las curvas $y = \frac{16}{x^2}$, $y = 2x$, $y = 16$.

**f.** las curvas $y = \sqrt{x-2}$, $y = 2x - 10$ y el eje $x$.

**Ejercicio 18.-** Sabiendo que el área de la región sombreada vale 10, calcular $\int_0^3 g(x)dx$.



# PRÁCTICA 6

## EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Calcular el área de la región encerrada entre las curvas $y = \sqrt{x+9}$, $y = 2$ y el eje $y$.

**Ejercicio 2.-** Calcular el área de la región encerrada entre el eje $x$ y los gráficos de $f(x) = (x+1)^2$ y $g(x) = \dfrac{-x+1}{x+1}$.

**Ejercicio 3.-** Calcular el área de la región limitada por los gráficos de $f(x) = \dfrac{6}{x}$, $g(x) = x+1$ y $h(x) = x-1$.

**Ejercicio 4.-** Calcular el área de la región comprendida entre el gráfico de $f(x) = \ln(\frac{2}{3}x - 3)$ y el eje $x$ para $5 \leq x \leq 9$.

**Ejercicio 5.-** Calcular el área de la región que encierran el gráfico de $f(x) = \sqrt{x-3}$; la recta tangente al mismo en $(7, f(7))$ y el eje $x$.

**Ejercicio 6.-** Calcular .

**a.** $\displaystyle\int \left( \sqrt[3]{x} + \frac{\ln(x)}{3x} \right) dx$

**b.** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}} dx$

**c.** $\displaystyle\int \left( 2 + x\sqrt{4+5x^2} \right) dx$

**d.** $\displaystyle\int \left( x\cos(x^2+6) + \operatorname{sen}(x) \right) dx$

**e.** $\displaystyle\int x\cos(3x+1)dx$

**f.** $\displaystyle\int (3x-1)e^{2x}dx$

**g.** $\displaystyle\int \frac{3\cos(\ln(x+2))}{x+2} dx$

**h.** $\displaystyle\int \sqrt[5]{\cos(3x+2)}\,\operatorname{sen}(3x+2)dx$

**i.** $\displaystyle\int x^2(3x+\ln(x))dx$

**j.** $\displaystyle\int (x+5)x^{4/5}dx$

**k.** $\displaystyle\int 3\operatorname{sen}(5+e^{4x})e^{4x}dx$

**l.** $\displaystyle\int \frac{7}{(x-3)\left(\ln(2x-6)\right)^5} dx$

**m.** $\displaystyle\int \left( \sqrt{5x+1} + e^{2x-1} \right) dx$

**n.** $\displaystyle\int \left( x^2 e^{-x^3} + x^2 \right) dx$

**Ejercicio 7.-** Para la función $f(x) = 5x\,\mathrm{sen}(x^2)$, hallar una primitiva $F(x)$ que verifique $F(0) = 1$.

**Ejercicio 8.-** Hallar la función $f$ sabiendo que

**a.** $f'(x) = \dfrac{5}{x-2} - 6x^2$ y $f(3) = 100$.

**b.** $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}$ y $f(1) = 2$.

# PRIMER PARCIAL

**En cada ejercicio, escriba los razonamientos que justifican la respuesta.**

## A

**1.** Escribir como intervalo o unión de intervalos el conjunto

$$A=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,\frac{2x+5}{x}>0\right\}$$

**2.** Sea $f(x)=2x^2+bx+c$. Determinar $b$ y $c$ de modo que el punto $\left(1,-\frac{9}{2}\right)$ sea el vértice de su gráfico. Para los valores de $b$ y $c$ hallados, dar el conjunto de positividad de $f$.

**3.** Sean $f(x)$ la función lineal cuyo gráfico pasa por los puntos $(1,2)$ y $(0,4)$; $g(x)=\dfrac{3}{2x+1}$ y $h(x)=g\circ f$. Dar la ecuación de la asíntota vertical de $h$.

**4.** Sea $f:[-\pi;\pi]\rightarrow\mathbb{R}$ tal que $f(x)=4\operatorname{sen}(2x)-2$. Determinar la imagen de $f$ y hallar los $x\in[-\pi;\pi]$ para los cuales $f$ alcanza el valor mínimo.

## B

**1.** Sean $f(x)=\dfrac{x+1}{x-3}$; $P$ el punto del gráfico de $f$ que tiene abscisa $x$=2 y $Q$ el punto del gráfico que tiene ordenada 3. Hallar $P$, $Q$ y calcular $d(P,Q)$.

**2.** Sea $g(x)=(x+1)\left(-2x^2-4x+16\right)$. Determinar el conjunto de ceros y el conjunto de negatividad de la función $g$.

**3.** Sean $f(x)=\dfrac{16x+1}{4x-1}$, $g(x)=x^2$ y $h=f\circ g$. Dar las ecuaciones de todas las asíntotas de $h$.

**4.** Sea $f(x)=1-\ln(5x-1)$. Dar el dominio de $f$ y hallar la función inversa $f^{-1}$.

# SEGUNDO PARCIAL

**<u>En cada ejercicio, escriba los razonamientos que justifican la respuesta.</u>**

## C

**1.** Hallar todos los puntos del gráfico de $f(x)=x^3-5x+4$ para los cuales la recta tangente tiene pendiente $m=-2$. Escribir las ecuaciones de las rectas tangentes en dichos puntos.

**2.** Sea $f(x)=x^2+\dfrac{16}{x}$. Hallar el dominio, las ecuaciones de las asíntotas, los extremos relativos y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de $f$.

**3.** Calcular $\int x\,\text{sen}(4x)\,dx$.

**4.** Calcular el área de la región encerrada entre el gráfico de $f(x)=\dfrac{5}{x}$ y las rectas $y=25$; $x=5$.

## D

**1.** Sea $f(x)=3x+\ln(2x^2-1)$. Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f$ en el punto de abscisa $x_0=1$.

**2.** Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los máximos y mínimos relativos de $f(x)=e^{2x^3-6x^2+3}$.

**3.** Calcular $\displaystyle\int \frac{x^3+2x}{x^4+4x^2}\,dx$.

**4.** Sea $f(x)=x^3-9x$. Encontrar el área de la región encerrada entre el gráfico de $f$ y el eje $x$.

# EXAMEN FINAL

*Para aprobar el examen es necesario tener por lo menos 8 respuestas correctas y más respuestas correctas que incorrectas. En cada ejercicio marque la única respuesta correcta*

**1.** La función cuadrática $f$ tal que su gráfico tiene vértice $V=(2,8)$ y pasa por el (1, 6) es $f(x)=$

□ $2x(x-4)$ □ $-2(x-2)^2+8$ □ $2(x-2)^2-8$ □ $-(x-2)^2+8$

**2.** Un valor de $k$ para el cual la imagen de $f(x)=k\,\text{sen}(x+\pi)-3$ es el intervalo $[-8;2]$ es

□ inexistente □ $k=2$ □ $k=8$ □ $k=5$

**3.** Sea $f(x)=x^4-5x^3+6x^2$. El conjunto de positividad de $f$ es:

□ $(0;2)\cup(3;+\infty)$ □ $(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$ □ $(-\infty;0)\cup(0;2)$ □ $(-\infty;0)\cup(0;2)\cup(3;+\infty)$

**4.** Sean $f(x)=2x+5$, $g(x)=\dfrac{1}{x-4}$ y $h=f\circ g$. Las ecuaciones de las asíntotas de $h$ son:

□ $x=5$ ; $y=4$ □ $x=4$ ; $y=5$ □ $x=\dfrac{-1}{2}$ ; $y=0$ □ $x=\dfrac{-1}{2}$ ; $y=1$

**5.** Sea $f(x)=2x+4$. La distancia entre el punto $(-2, f(-2))$ y el punto $(1,4)$ es igual a:

□ 5 □ $\sqrt{17}$ □ $\sqrt{22}$ □ 3

**6.** El dominio de la función $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ es igual a:

□ $[0;+\infty)$ □ $\mathbb{R}-\{0\}$ □ $\mathbb{R}$ □ $(0;+\infty)$

**7.** La función inversa de $f(x)=\dfrac{1}{2}\ln(x+1)$ es $f^{-1}(x)=$

□ $2e^x-1$ □ $\dfrac{2}{\ln(x+1)}$ □ $e^{2x}-1$ □ $e^x-\dfrac{1}{2}$

**8.** Sea $f(x)=\cos x$. La cantidad de ceros que tiene $f$ en el intervalo $[-\pi;3\pi]$ es:

□ 3 □ 4 □ 5 □ 6

**9.** Los gráficos de $f(x)=x+2$ y de $g(x)=x^2-2x-8$ se cortan en los puntos:

□ $(5,7)$ y $(-2,0)$ □ $(5,0)$ y $(-2,0)$ □ $(-5,0)$ y $(2,0)$ □ $(-5,3)$ y $(2,4)$

**10.** Sea $f(x)=e^{x-1}-5$. Si $D$ = Dominio de $f$ e $I$=Imagen de $f$, entonces:

□ $D=\mathbb{R}$ e $I=(0,+\infty)$ □ $D=\mathbb{R}$ e $I=(-5,+\infty)$

□ $D=(1,+\infty)$ e $I=(0,+\infty)$ □ $D=(1,+\infty)$ e $I=(-5,+\infty)$

**11.** Sea $f(x)=e^{x^3-12x+5}$. Los extremos locales que alcanza $f$ son:

□ un mínimo en $x=-2$ y un máximo en $x=2$ □ un máximo en $x=-2$ y no tiene mínimo

□ un máximo en $x=-2$ y un mínimo en $x=2$ □ un mínimo en $x=2$ y no tiene máximo

**12.** Sea $f(x)=\sqrt{x^4-3x-1}$. La pendiente de la recta tangente al gráfico de *f* en $(2, f(2))$ es:

□ $\frac{29}{6}$ □ $\frac{16}{3}$ □ $\frac{1}{6}$ □ $5$

**13.** Una primitiva de $f(x)=\left(5x^3+6\right)^4 x^2$ es $F(x)=$

□ $\frac{\left(5x^3+6\right)^5}{5}\frac{x^3}{3}+2$ □ $\frac{\left(5x^3+6\right)^5}{75}+4$ □ $\frac{\left(5x^3+6\right)^5}{5}+1$ □ $\frac{\left(5x^3+6\right)^5}{15}+7$

**14.** Si $\int_1^4\left(\sqrt{x}+f(x)\right)dx=5$ entonces $\int_1^4 f(x)dx=$

□ $\frac{11}{2}$ □ $4$ □ $\frac{14}{3}$ □ $\frac{1}{3}$

**15.** Sea $f$ la función tal que su derivada es: $f'(x)=x(x-2)$. Entonces $f$ es creciente en:

□ $(-\infty;1)$ □ $(1;+\infty)$ □ $(-\infty;0)$ y en $(2;+\infty)$ □ $(-\infty;2)$

**16.** $\int 6\,\mathrm{sen}(3x+1)dx=$

□ $-6\cos(3x+1)+C$ □ $-2\cos(3x+1)+C$ □ $6\cos(3x+1)+C$ □ $-3\cos(3x+1)+C$

**17.** Si $f(x)=5x-\ln x$; la ecuación de la recta tangente al gráfico de *f* en el punto de abscisa *x*=1 es:

□ $y=4x-4$ □ $y=\left(5-\frac{1}{x}\right)(x-1)$ □ $y=4x+1$ □ $y=5x-5$

**18.** El área de la región limitada por los gráficos de $f(x)=x^2$ ; $g(x)=2-x^2$ con $0\le x\le 3$ es:

□ $\int_0^1\left(g(x)-f(x)\right)dx+\int_1^3\left(f(x)-g(x)\right)dx$ □ $\int_0^3\left(g(x)-f(x)\right)dx$

□ $\int_0^1\left(f(x)-g(x)\right)dx+\int_1^3\left(g(x)-f(x)\right)dx$ □ $\int_0^3\left(f(x)-g(x)\right)dx$

**19.** $\int xe^x dx=$

□ $(x-1)e^x+k$ □ $\frac{x^2}{2}e^x+k$ □ $e^x+k$ □ $(x+1)e^x+k$

**20.** Si $h(x)=\left(x^3-6x\right)f(x)$ y $f$ es tal que $f(1)=5$ y $f'(1)=9$, entonces $h'(1)$ es igual a:

□ 60 □ 30 □ −60 □ −27

# RESPUESTAS DEL EXAMEN FINAL

**1.** $\boxed{\text{X}}$ $-2(x-2)^2+8$

**2.** $\boxed{\text{X}}$ $k=5$

**3.** $\boxed{\text{X}}$ $(-\infty;0)\cup(0;2)\cup(3;+\infty)$

**4.** $\boxed{\text{X}}$ $x=4$ ; $y=5$

**5.** $\boxed{\text{X}}$ 5

**6.** $\boxed{\text{X}}$ $(0;+\infty)$

**7.** $\boxed{\text{X}}$ $e^{2x}-1$

**8.** $\boxed{\text{X}}$ 4

**9.** $\boxed{\text{X}}$ $(5,7)$ y $(-2,0)$

**10.** $\boxed{\text{X}}$ $D=\mathbb{R}$ e $I=(-5,+\infty)$

**11.** $\boxed{\text{X}}$ un máximo en $x=-2$ y un mínimo en $x=2$

**12.** $\boxed{\text{X}}$ $\frac{29}{6}$

**13.** $\boxed{\text{X}}$ $\frac{(5x^3+6)^5}{75}+4$

**14.** $\boxed{\text{X}}$ $\frac{1}{3}$

**15.** $\boxed{\text{X}}$ $(-\infty;0)$ y en $(2;+\infty)$

**16.** $\boxed{\text{X}}$ $-2\cos(3x+1)+C$

**17.** $\boxed{\text{X}}$ $y=4x+1$

**18.** $\boxed{\text{X}}$ $\int_0^1 (g(x)-f(x))\,dx+\int_1^3 (f(x)-g(x))\,dx$

**19.** $\boxed{\text{X}}$ $(x-1)e^x+k$

**20.** $\boxed{\text{X}}$ $-60$